Série de TD n°1

Exercice 01 :

On met en contact deux boules conductrices, portant les charges Q_1 et Q_2, puis on les sépare. Quelles sont alors leurs charges après contact, si :

a- $Q_1 = 5.10^{-9}C$; $Q_2 = 0C$

b- $Q_1 = 4.10^{-9}C$; $Q_2 = -6.10^{-9}C$

Exercice 02 : (à traiter en cours)

Deux charges ponctuelles identiques $(q_A = q_B = q > 0)$ sont placées respectivement aux points A et B de l'axe OY, tels que $OA = OB = a$. Une troisième charge positive Q est placée en un point M sur l'axe OX, tel que $OM = x$.

1- Déterminer la force résultante $\vec{F}$ exercée par les charges q_A et q_B sur la charge Q et son module F ;

2- Trouver la position x pour que F soit maximal ;

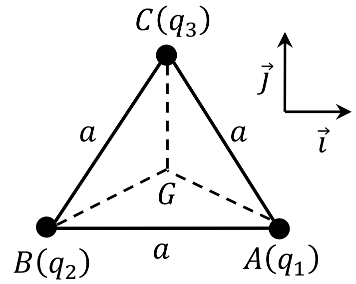
3- Trouver l'expression de la force résultante $\vec{F}$ si $q_A = q$ et $q_B = -q$ $(q > 0)$.

Exercice 03 :

On dispose trois charges ponctuelles identiques $q_1 = q_2 = q_3 = q > 0$ aux somment d'un triangle équilatérale de côté a (Figure ci-contre)

1- Trouver l'expression de la force électrostatique totale qui s'exerce sur la charge q_1 ;

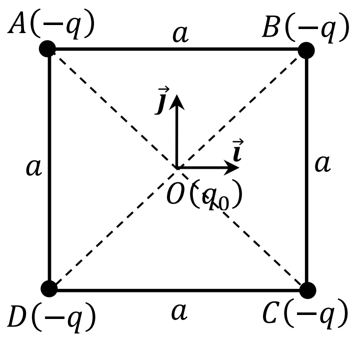
2- Quelle charge ponctuelle négative Q faut-il placer au centre du triangle G pour que la résultante des forces appliquées sur q_1 soit nulle. On donne : $AG = BG = CG = a/\sqrt{3}$



Exercice 04 :

Quatre charges ponctuelles identiques $-q$ $(q > 0)$ sont fixées aux sommets A, B, C et D d'un carré de côté a (Figure ci-contre). Une cinquième charge $q_0 > 0$ est maintenue fixe au centre O du carré.

Déterminer la valeur de q_0, en fonction de q, pour que la force électrostatique totale qui s'exerce sur chacune des cinq charges soit nulle.

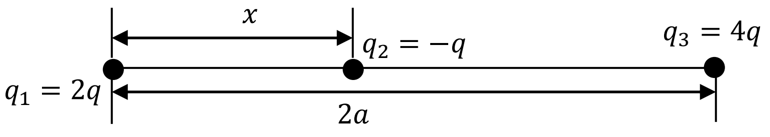


Exercice 05 : (supplémentaire)

Soit trois charges $q_1 = 2q, q_2 = -q$ et $q_3 = 4q$ $(q > 0)$ placées sur une ligne droite, comme il est montré sur la figure ci-dessous.

1- Donner l'expression de la force résultante appliquée sur la charge q_2 en fonction de q, k, a et x ;

2- Trouver la distance x pour la quelle la force résultante appliquée sur la charge q_2 soit nulle. Que devienne cette distance si $q_1 = 8q$? Que devienne cette distance si $q_1 = q_3 = q$ et $q_2 = 6q$?



Corrigé de la série de TD n°1

Exercice 01 :

Les boules sont identiques donc, la finale portée par chaque boule est la même $Q_1^f = Q_2^f$

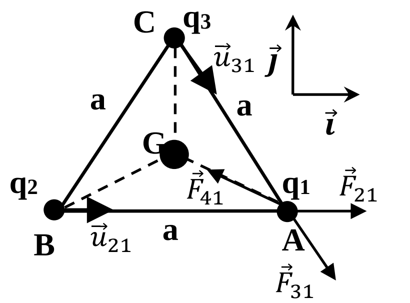
De la conservation de la charge : $\sum Q_{initiale} = \sum Q_{finale}$

$$Q_1^i + Q_2^i = Q_1^f + Q_2^f$$

Donc :

$$Q_1^f = Q_2^f = \frac{Q_1^i + Q_2^i}{2}$$

- $Q_1^i = 5.10^{-9}c$ et $Q_2^i = 0c$ $\quad Q_1^f = Q_2^f = 2.5.10^{-9}c$
- $Q_1^i = 4.10^{-9}c$ et $Q_2^i = -6.10^{-9}c$ $\quad Q_1^f = Q_2^f = -1.10^{-9}c$



Exercice 03 :

La force résultante $\vec{F}_3 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31}$

$$\vec{F}_{31} = \frac{Kq_3q_1}{r_{31}^2}\vec{u}_{31}\ ;\ \vec{F}_{21} = \frac{Kq_2q_1}{r_{21}^2}\vec{u}_{21}$$

$$\vec{u}_{31} = \cos 60\,\vec{\imath} - \sin 60\vec{\jmath} = \frac{1}{2}\vec{\imath} - \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{\jmath}\ ;\ \vec{u}_{21} = \vec{\imath}$$

$$r_{31} = r_{21} = a$$

$$\vec{F}_3 = K\frac{q^2}{a^2}\left(\frac{1}{2}\vec{\imath} - \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{\jmath}\right) + K\frac{q^2}{a^2}\vec{\imath} = K\frac{q^2}{a^2}\left(\frac{3}{2}\vec{\imath} - \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{\jmath}\right) = K\frac{\sqrt{3}q^2}{a^2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{\imath} - \frac{1}{2}\vec{\jmath}\right)$$

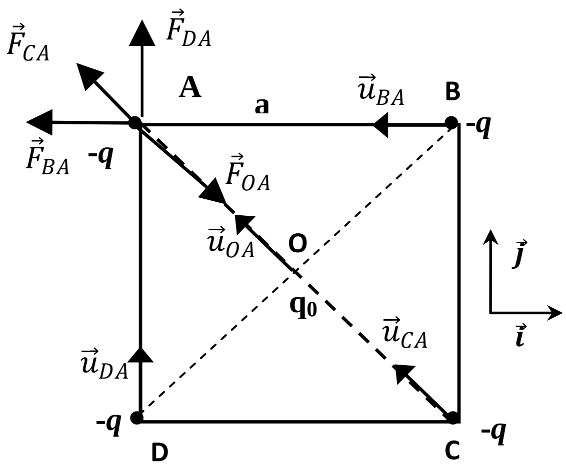
La force totale appliquée sur q_1 est nulle :

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \rightarrow \vec{F}_3 + \vec{F}_{41} = \vec{0} \rightarrow \vec{F}_{41} = -\vec{F}_{321}$$

$$\vec{F}_{41} = \frac{KQq_1}{r_{41}^2}\vec{u}_{41}\ ;\ \vec{u}_{41} = \cos 30\,\vec{\imath} - \sin 30\vec{\jmath} = \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{\imath} - \frac{1}{2}\vec{\jmath}$$

$$\vec{F}_{41} = \frac{3KQq}{a^2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{\imath} - \frac{1}{2}\vec{\jmath}\right)$$

$$\frac{3KQq}{a^2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{\imath} - \frac{1}{2}\vec{\jmath}\right) = -K\frac{\sqrt{3}q^2}{a^2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{\imath} - \frac{1}{2}\vec{\jmath}\right) \rightarrow Q = -\frac{q}{\sqrt{3}}$$



Exercice 04 :

Par symétrie, la force électrostatique $\vec{F}(O)$ exercée par les quatre charges identiques $(-q)$ sur la charge q_O est nulle quelle que soit la valeur de q_O. Il reste à évaluer la force totale exercée sur chacune des charges $(-q)$, par exemple la charge placée en A

$$\vec{F}(A) = \sum \vec{F}_i = \vec{F}_{BA} + \vec{F}_{CA} + \vec{F}_{DA} + \vec{F}_{OA} = \vec{0}$$

$$\overline{AB} = \overline{AD} = a\ ;\ \overline{AC} = \sqrt{2}a\ ;\ \overline{AO} = \overline{AC}/2$$

$$\vec{u}_{BA} = -\vec{\imath}, \vec{u}_{DA} = \vec{\jmath}, \vec{u}_{CA} = \vec{u}_{OA} = -\cos 45\,\vec{\imath} + \sin 45\vec{\jmath} = -\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{\imath} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{\jmath}$$

$$\vec{F}(A) = -k\frac{q^2}{a^2}\vec{\imath} + k\frac{q^2}{a^2}\vec{\jmath} + k\frac{q^2}{2a^2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{\imath} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{\jmath}\right) - k\frac{2qq_0}{a^2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{\imath} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{\jmath}\right)$$

$$= k\frac{q^2}{a^2}\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4} - \sqrt{2}\frac{q_0}{q}\right)(-\vec{\imath} + \vec{\jmath})$$

Par symétrie par rapport à l'axes (Oy) : $(-\vec{\imath} \to \vec{\imath})$

$$\vec{F}(B) = k\frac{q^2}{a^2}\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4} - \sqrt{2}\frac{q_0}{q}\right)(\vec{\imath} + \vec{\jmath})$$

Par symétrie par rapport à l'axe (Ox) : $(\vec{\jmath} \to -\vec{\jmath})$

$$\vec{F}(D) = k\frac{q^2}{a^2}\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4} - \sqrt{2}\frac{q_0}{q}\right)(-\vec{\imath} - \vec{\jmath})$$

Par symérie par rapport à la première bissectrice $(y = x)$: $(-\vec{\imath} \to \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath} \to -\vec{\jmath})$

$$\vec{F}(B) = k\frac{q^2}{a^2}\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4} - \sqrt{2}\frac{q_0}{q}\right)(\vec{\imath} - \vec{\jmath})$$

On remarque que les 04 forces s'annulent pour la même valeur de q_O :

$$1 + \frac{\sqrt{2}}{4} - \sqrt{2}\frac{q_0}{q} = 0 \to \frac{q_0}{q} = \frac{1 + \frac{\sqrt{2}}{4}}{\sqrt{2}} = \frac{4 + \sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2} + 1}{4}$$

$$\to\ q_0 = \frac{1 + 2\sqrt{2}}{4}q$$