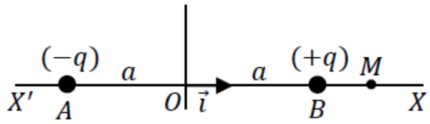
dataelouardi.com

Série de TD n°3

Exercice 1 :

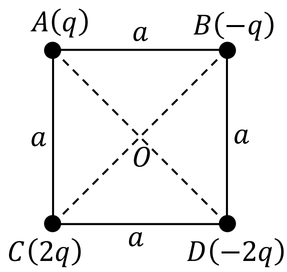
Une charge $q_A = -q$ $(q > 0)$ est placée en $x_A = -a$ et une autre charge $q_B = +q$ est placée en $x_B = +a$ (voir figure ci-contre).



1. Déterminer le potentiel électrique $V(M)$ produit par cette distribution en un point M de l'axe (OX) , tel que $\overrightarrow{OM} = x > a$;
2. En utilisant la relation $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\,V = -\frac{dV}{dx}\vec{\imath}$, déterminer l'expression du champ électrique $\vec{E}(M)$ au point M ;
3. Déduire les expressions du champ et du potentiel électriques lorsque $x \gg a$;
4. On fixe au point M une charge ponctuelle $q_M = 2q$. Déduire son énergie potentielle électrique $E_p(M)$. Calculer l'énergie interne U du système de charges (q_A, q_B, q_M).

Exercice 2 :

Dans l'assemblage de charges ponctuelles de la figure ci-contre:



1. Calculer le potentiel électrostatique au centre O du carré. Conclure.
2. Quelle est l'énergie potentielle d'un électron placé au point O?
3. On enlève l'électron, quelle est l'énergie potentielle du système formé par les quatre charges?

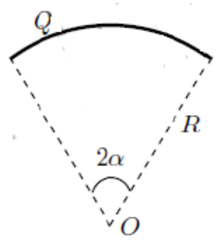
Exercice 3 : (à traiter en cours)

Deux charges ponctuelles de valeurs q sont fixées à $y = 0$ et $y = -a$ sur l'axe (OY) d'un système d'axes orthogonal (OXY).

1. Calculer le potentiel V des deux charges en un point M de l'axe (OX) ayant l'abscisse x (x peut être positif, négatif ou nul). L'origine des potentiels est prise à l'infini ;
2. Que vaut V à l'origine des axes ? En quel point de l'axe (OX), la valeur du potentiel est-elle égale à la moitié de sa valeur à l'origine ?
3. Utiliser la relation qui existe entre le champ et le potentiel pour déduire le champ.

Exercice 4 :

Un arc de cercle de rayon R et d'ouverture 2α porte une charge Q uniformément répartie (voir figure ci-contre). Exprimer le potentiel électrique au point O. Déduire le potentiel électrique au point O, créé par un demi-cercle et un cercle portant la même charge Q.



Exercice 5 :

Soit un disque de rayon R et de centre O, uniformément chargé avec une densité surfacique $\sigma > 0$.

1. Déterminer l'expression du potentiel créé en un point M de son axe $(Z'OZ)$, tel que $OM = z > 0$.
2. Déduire l'expression du champ en M. Conclure.

Exercice 6 : (supplémentaire)

Déterminer le potentiel électrique créé par une sphère de centre O, de rayon R et uniformément chargée avec une densité surfacique $\sigma > 0$, en tout point de l'espace, tel que $OM = r$.

Corrigé de la série n°3

Exercice 1 :

$$V(M) = V_A(M) + V_B(M) = K\frac{2qa}{x^2 - a^2}$$

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\,V = -\frac{dV}{dx}\vec{\imath} = K\frac{4qax}{(x^2 - a^2)^2}\vec{\imath}$$

$$x \gg a \Rightarrow \frac{a}{x} \ll 1 \Rightarrow 1 \pm \frac{a}{x} \approx 1 \Rightarrow x^2 - a^2 = x^2\left(1 - \frac{a^2}{x^2}\right) \approx x^2 \Rightarrow \begin{cases} V(M) = K\dfrac{2qa}{x^2} \\ \vec{E}(M) = K\dfrac{4qa}{x^3}\vec{\imath} \end{cases}$$

$$E_p(M) = q_M V(M) = K\frac{4q^2a}{x^2 - a^2}$$

$$U = Kq^2\left(-\frac{1}{2a} - \frac{2}{x+a} + \frac{2}{x-a}\right)$$

Exercice 2 :

$$V(O) = 0$$

Le fait que le potentiel soit nul, n'implique pas que le champ le soit !! (Exercice 3 série 2)

$$E_p(O) = q_O V(O) = 0$$

$$U = K\frac{q_A q_B}{AB} + K\frac{q_A q_C}{AC} + K\frac{q_A q_D}{AD} + K\frac{q_B q_C}{BC} + K\frac{q_B q_D}{BD} + K\frac{q_C q_D}{CD}$$

Exercice 4 :

$$dV(M) = K\frac{dq}{r} = K\frac{dq}{R}$$

$$V(M) = \frac{K}{R}\int dq = K\frac{Q}{R}$$

Si la charge est la même dans les 03 cas, le potentiel serait la même. Par contre, c'est la densité linéique qui va varier d'un cas à un autre :

$$\lambda = \frac{Q}{l} = \frac{Q}{2\alpha R}$$

Demi-cercle : $\alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{Q}{\pi R}$

Cercle : $\alpha = \pi \Rightarrow \lambda = \frac{Q}{2\pi R}$

Exercice 5 :

$$dV(M) = K\frac{dq}{r} = K\frac{\sigma dS}{r}$$

$$dS = \rho d\rho d\theta \,; r = \sqrt{\rho^2 + z^2}$$

$$dV(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma\rho d\rho d\theta}{\sqrt{\rho^2 + z^2}}$$

$$V(M) = \frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{2\pi}\int_0^{R}\frac{\rho d\rho d\theta}{\sqrt{\rho^2 + z^2}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\sqrt{R^2 + z^2} - z\right]$$

$$\vec{E}(M) = -\overrightarrow{grad}V(M) = -\frac{dV(M)}{dz}\vec{k} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}}\right)\vec{k}$$

Conclusion : on voit qu'il est beaucoup plus aisé de calculer le champ en passant par le potentiel que directement à partir des sources.