

Travaux dirigés de l'électrostatique & magnétostatique / Filière SMPC/session II
Série N° 2 : dipôle électrique, Conducteurs et énergie électrostatique

Exercice N°1: savoir étudier une distribution dipolaire

Considérons le dipôle électrostatique de moment dipolaire \vec{p} .

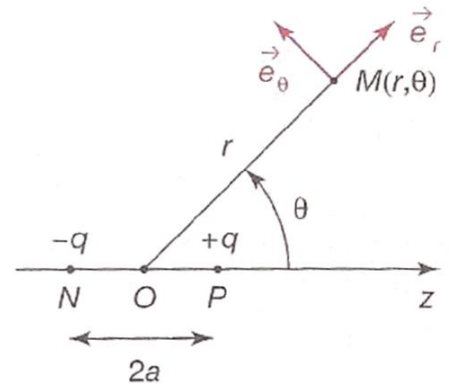
On suppose $r \gg a$ avec $\|\overrightarrow{NP}\| = 2a$. Le dipôle est supposé rigide.

1- Justifier que l'étude peut se faire dans le plan polaire repéré par les vecteurs de base \vec{e}_r et \vec{e}_θ . Donner la valeur de la composante du champ électrostatique (créé par le dipôle) portée par un vecteur unitaire perpendiculaire au plan d'étude.

2- Déterminer, à l'ordre le plus bas en $\frac{a}{r}$, l'expression du potentiel électrostatique créé au point $M(r,\theta)$ par le dipôle.

3- Montrer que le champ peut s'écrire sous la forme :

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} [3(\vec{p} \cdot \vec{e}_r)\vec{e}_r - \vec{p}]$$



Application en chimie.

Considérons la molécule du méthanal CH_2O avec $\widehat{HCH} = 116^\circ$. Le moment dipolaire de la liaison C - H vaut **0,4 D** (debye) et celui de la liaison C = O vaut **2,30 D**. On rappelle $1\text{D} \approx 1/3 \times 10^{-29} \text{C.m}$.

1- Quelle est la valeur théorique du moment dipolaire de cette molécule.

2- On place en $M(r, \theta)$ un ion positif noté I^+ portant une charge $+Q = +e$. Quelle est l'énergie potentielle de l'ion dans le centre du dipôle ?

3- Quelle est l'énergie potentielle du dipôle rigide dans le champ créé par l'ion I^+ ? Si l'on suppose l'ion fixe et le dipôle mobile, quel est le mouvement du dipôle dans ces conditions ?

Exercice N°2

1- Soit une sphère conductrice S_1 de rayon R_1 portée au potentiel V_1 .

Calculer la charge q_1 portée par cette sphère.

2- On isole S_1 de la source de potentiel V_1 après l'avoir chargé puis on la relie à la sphère conductrice S_2 de rayon R_2 initialement neutre par un fil conducteur très long.

a- Calculer la charge portée par chaque sphère.

b- Calculer le champ électrique au voisinage de chaque sphère.

c- Donner l'énergie de l'ensemble avant et après connexion.

Exercice N°3

1- Une sphère conductrice pleine S_1 de centre O, de rayon R_1 porte une charge $Q_1 > 0$.

Une seconde sphère conductrice S_2 creuse de rayon intérieur $R_2 > R_1$ et de rayon extérieur R_3 porte une charge $Q_2 > 0$. On place S_1 à l'intérieur de S_2 ; de telle sorte que les sphères soient concentriques. On note respectivement S_{2int} et S_{2ext} les surfaces interne et externe de S_2 , et Q'_1 , Q'_2 et Q'_3 les charges de S_1 , S_{2int} et S_{2ext} . Donner en justifiant, la répartition des charges sur les surfaces de S_1 et S_2 en fonction de Q_1 et Q_2 .

Calculer le potentiel V'_1 de S_1 .

2- S_1 étant toujours à l'intérieur de S_2 on les relie par un fil conducteur de capacité négligeable.

Donner la nouvelle répartition de charges Q''_1 , Q''_2 et Q''_3 sur les surfaces S_1 , S_{2int} et S_{2ext} . et calculer le nouveau potentiel V''_1 de S_1 .

3- S_1 étant à l'intérieur de S_2 , on supprime la liaison entre les deux sphères et on relie S_1 au sol, et S_2 au potentiel V_2 .

a- Indiquer à l'aide d'un schéma la répartition des charges sur les surfaces des sphères. Justifier votre réponse. On note Q'''_1 , Q'''_2 et Q'''_3 les charges de S_1 , S_{2int} et S_{2ext} .

b- Calculer le champ et le potentiel électrostatique en tout point M situé entre S_1 et S_2 et repérer par sa distance $r = OM$ au centre commun O des deux sphères.

c- En déduire en fonction de V_2 les charges Q'''_1 , Q'''_2 et Q'''_3 .

4- On isole S_1 du sol, (étant toujours à l'intérieur de S_2) elle porte une charge $Q > 0$; et on relie S_2 au sol.

a- Donner la nouvelle répartition des charges sur les surfaces S_1 et S_2 et exprimer le champ \vec{E} entre S_1 et S_2 .

b- Calculer le potentiel V_1 de S_1 et en déduire la capacité C du condensateur sphérique ainsi formé. Calculer en fonction de Q , R et ϵ_0 l'énergie électrostatique W_e de ce condensateur.

c- Au moyen de la densité d'énergie $\frac{dW_e}{dv} = \epsilon_0 \frac{E^2}{2}$ retrouver l'expression précédente de W .

Exercice N°4 : Propriétés des condensateurs plans

La capacité C d'un condensateur est définie par $Q = CU = C(V_1 - V_2)$ où Q désigne la charge, V_1 le potentiel de l'armature positive et V_2 le potentiel de l'armature négative.

Capacité d'un condensateur plan.

1- Calculer la capacité d'un condensateur plan dont les armatures sont deux plans infinis parallèles distants de e séparés par de l'air.

On considère la capacité pour deux surfaces identiques S en regard. La permittivité de l'air sera prise égale à la permittivité du vide et notée ϵ_0 .

Application numérique : $e = 0,5\text{mm}$, $S = 25\text{cm}^2$, $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ SI}$

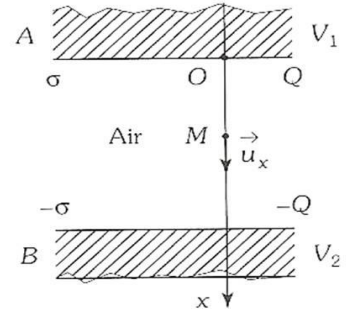
Influence d'un diélectrique sur la capacité d'un condensateur plan.

2- Entre les armatures du condensateur précédent, on place une lame diélectrique de permittivité relative ϵ_r et d'épaisseur d , parallèlement aux armatures.

Calculer la capacité du condensateur en fonction de ϵ_0 , ϵ_r , d , e , S . Envisager le cas où $d = e$.

Application numérique : le diélectrique est du titanate de Baryum et sa permittivité relative vaut 1200.

Calculer C dans le cas où : $d = e = 0,5\text{mm}$, $S = 25\text{cm}^2$.



Exercice N°5

On considère une charge de densité σ uniformément répartie sur la surface d'un cylindre conducteur infini, creux, de rayons interne R_1 et externe R_2 .

1- Par application du théorème de Gauss, calculer le champ électrostatique créé par cette charge en tout point M situé à une distance r de l'axe du cylindre.

2- On introduit, à l'intérieur de ce cylindre, un fil métallique de rayon R_0 , infiniment long, concentrique du cylindre (figure ci-contre). Le système ainsi constitué correspond à un condensateur cylindrique dont l'armature interne est le fil métallique de rayon R_0 (conducteur 1) et l'armature externe est le conducteur cylindrique creux de rayons interne R_1 et externe R_2 (conducteur 2).

a- Initialement, avant l'introduction du fil à l'intérieur du cylindre, le fil porte une charge uniforme de densité surfacique σ_1 et le cylindre porte une charge uniforme de densité surfacique σ_2 . Exprimer les charges Q_1 et Q_2 initialement portées par le fil métallique de rayon R_0 et le cylindre, sur une hauteur h , en fonction de σ_1 et σ_2 , respectivement.

b- En examinant l'influence, exprimer les charges Q_{2i} et Q_{2e} des surfaces interne et externe du conducteur 2, sur une hauteur h , en fonction des charges Q_1 et Q_2 .

3-a- En négligeant les effets de bords, calculer le champ électrostatique créé par ce système en un point M situé à une distance r de l'axe dans les cas suivants : $R_0 < r < R_1$ et $r > R_2$.

b- En déduire $V_1 - V_2$ (V_1 et V_2 étant les potentiels respectifs des conducteurs 1 et 2).

4- Le conducteur 2 est relié à la terre. Déterminer le coefficient de capacité C_{11} et le coefficient d'influence C_{21} . Que représente C_{11} ?

