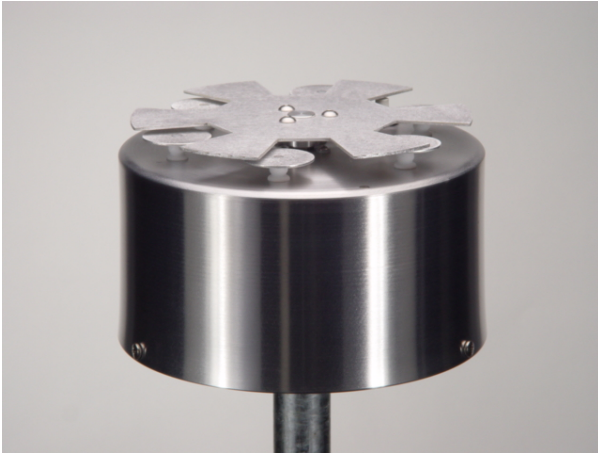
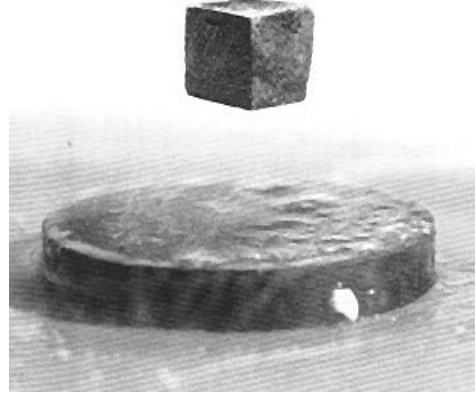


TD d'Electrostatique et de Magnétostatique (EM1)



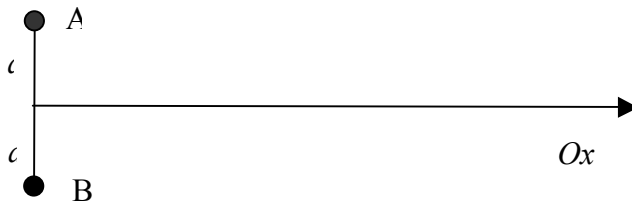
Capteur de champ électrique atmosphérique



Lévitacion magnétique

Exercice 1 : 2 charges ponctuelles

1) Soient deux charges ponctuelles de même valeur q placées en deux points A et B et séparées d'une distance $2a$.



a) Déterminer le champ \vec{E} suivant Ox (Plan médiateur du segment AB)

b) Déterminer le potentiel suivant Ox, En déduire le champ \vec{E} .

2) La charge située en B est maintenant $-q$.

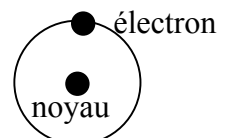
a) Déterminer à nouveau le champ \vec{E} suivant Ox.

b) Quelle est la valeur du potentiel suivant Ox ?

Exercice 2 : Ionisation de l'hydrogène et atome de fer

1°) Calculer l'ordre de grandeur du champ électrique qu'il faut appliquer à un atome d'Hydrogène pour l'ioniser, sachant que la distance moyenne entre le noyau et l'électron est 0,1 nm.

Aide: $\epsilon_0 = 8,84 \cdot 10^{-12} (F \cdot m^{-1})$ et $e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$



2°) Le noyau d'un atome de fer a un rayon d'environ 4×10^{-15} m et contient 26 protons.

a) Quelle est la grandeur de la force électrostatique de répulsion entre deux des protons séparés par une distance équivalente au rayon ?

b) Quelle est la grandeur de la force gravitationnelle entre ces deux mêmes protons ?

Aide: $m_{\text{proton}} = 1,67 \times 10^{-27}$ kg et $G = 6,67 \times 10^{-11}$ N.m⁻².kg⁻²

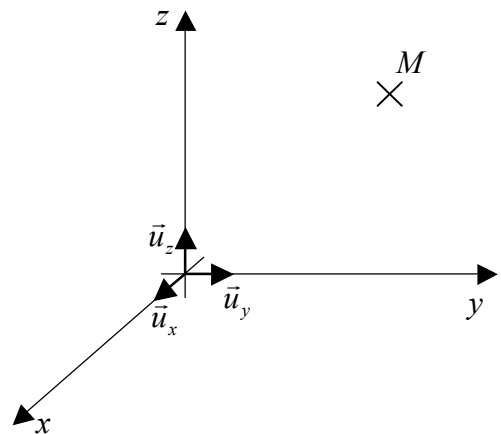
Exercice 3 : Systèmes de coordonnées

1) Soit un repère cartésien d'origine O, de vecteurs unitaires $\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z$. M est un point quelconque de coordonnées (x, y, z).

a) Exprimer le vecteur \overrightarrow{OM} en fonction des vecteurs unitaires $\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z$.

b) Soit M', un point très proche de M. Exprimer le vecteur $\overrightarrow{MM'}$, correspondant à un déplacement élémentaire dans ce repère.

c) Donner l'expression du volume élémentaire dans ce repère

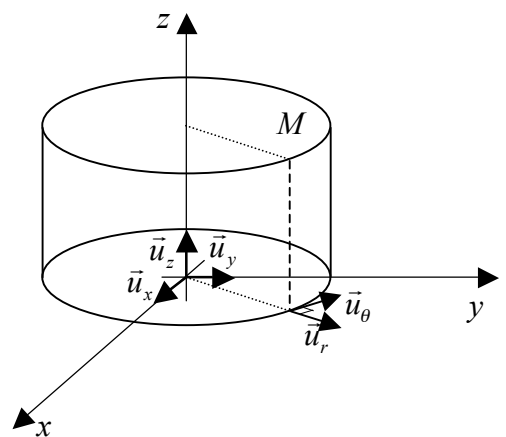


2) Soit un repère cylindrique d'origine O, de vecteurs unitaires $\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z$. M est un point quelconque de coordonnées (r, θ , z).

a) Exprimer le vecteur \overrightarrow{OM} en fonction des vecteurs unitaires $\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z$.

b) Soit M', un point très proche de M. Exprimer le vecteur $\overrightarrow{MM'}$, correspondant à un déplacement élémentaire dans ce repère.

c) Donner l'expression du volume élémentaire dans ce repère

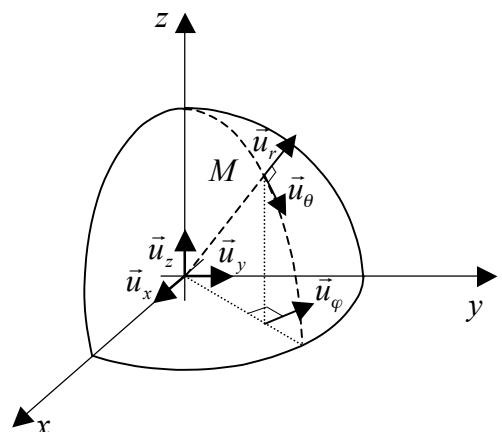


3) Soit un repère sphérique d'origine O, de vecteurs unitaires $\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_\varphi$. M est un point quelconque de coordonnées (r, θ , φ).

a) Exprimer le vecteur \overrightarrow{OM} en fonction des vecteurs unitaires $\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_\varphi$.

b) Soit M', un point très proche de M. Exprimer le vecteur $\overrightarrow{MM'}$, correspondant à un déplacement élémentaire dans ce repère.

c) Donner l'expression du volume élémentaire dans ce repère



Exercice 4 : Intégration

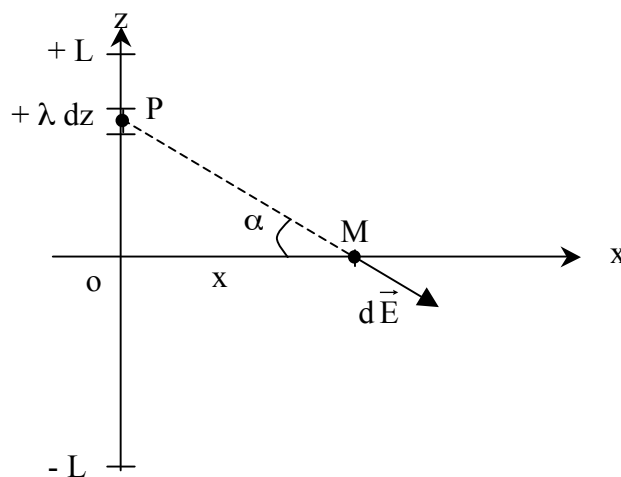
Calculer en prenant le repère le plus approprié:

- l'aire d'un rectangle
- la surface d'un disque
- la surface d'une sphère
- le volume d'une sphère

Exercice 5 : Fil chargé

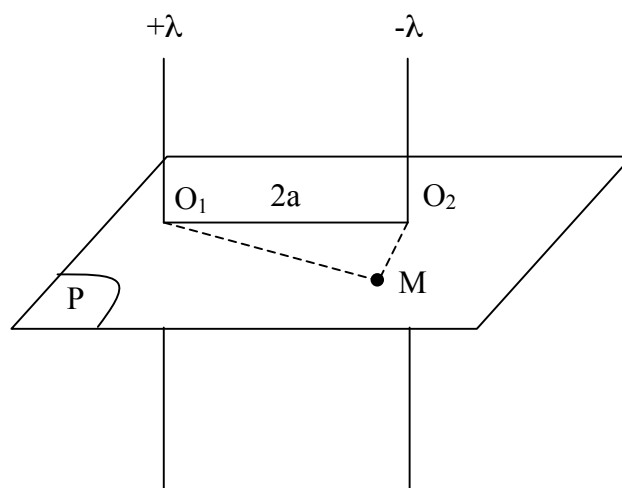
1) Soit un fil de longueur $2L$ portant une densité linéique de charge λ . Un point M est situé à une distance x sur sa médiatrice.

- Donner le champ électrique $d\vec{E}$ produit par la charge élémentaire $dq=\lambda dz$ en M .
- Par des considérations de symétrie déterminer la composante utile à l'intégration de dE .
- Calculer le champ électrique \vec{E} généré par le fil de longueur $2L$.
- Trouver \vec{E} dans le cas d'un fil infini.
- Donner le potentiel $V(M)$.



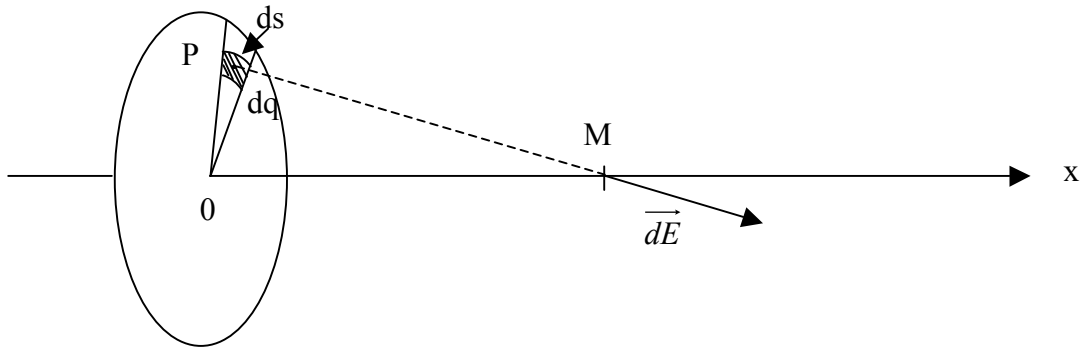
- Considérons deux fils infinis, parallèles, distants de $2a$, portant respectivement des densités linéiques de charge $+\lambda$ et $-\lambda$. Soit un plan P perpendiculaire à la direction des fils et un point M dans ce plan.

Calculer le potentiel créé par les 2 conducteurs. On prendra le potentiel zéro au centre de la distance séparant les deux fils.



Exercice 6 : Disque chargé

Soit un disque, de densité surfacique de charge $\sigma > 0$.



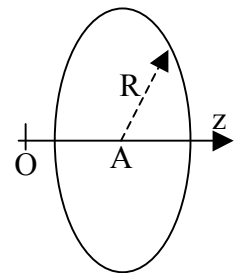
- Donner l'expression de la charge dq portée par l'élément de surface ds au point P.
- Donner l'expression de dE au point M.
- Par des considérations de symétrie, déterminer la composante utile à l'intégration de dE
- Calculer le champ électrostatique $E(M)$ généré par tout le disque.
- Déduire l'expression de $E(M)$ pour un plan infini.

Exercice 7 : Distribution linéique de charges

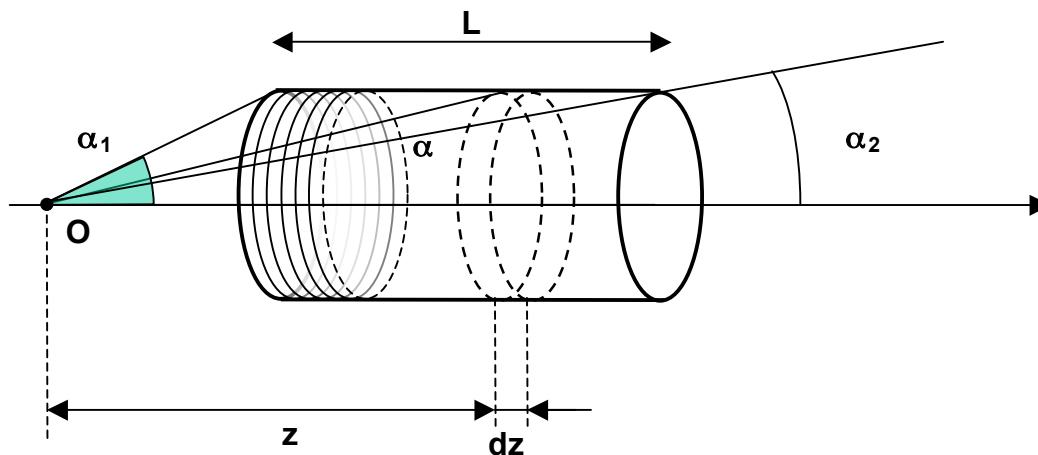
1) Une distribution linéique de charges avec une densité uniforme λ ($\lambda > 0$), présente une forme circulaire de centre A, de rayon R et d'axe \vec{Oz} . Le point A est situé à la cote z sur cet axe par rapport à l'origine O.

a) Calculer le potentiel électrostatique V au point O résultant de la présence de cette distribution de charges. Montrer que ce potentiel est identique à celui dû à une charge ponctuelle Q située à la distance r du point O (les quantités Q et r seront explicitées).

b) En déduire les composantes du champ électrostatique \vec{E} obtenu au point O.



2) On considère une association de nombreuses spires jointives précédentes sur une longueur $L : N$ étant le nombre de spires par unité de longueur, $dn = N dz$ représente le nombre de spires présentes dans l'intervalle dz . L'ensemble constitue un cylindre de densité surfacique σ et d'axe \vec{Oz} . Du point O, les extrémités du cylindre sont observées sous les angles α_1 et α_2 .



a) Ecrire le champ électrostatique \vec{E} au point O résultant de la présence d'une seule spire chargée située à la position z . Expliciter la contribution $d\vec{E}$ au champ électrostatique due uniquement à un ensemble de dn spires vu du point O sous l'angle α . Donner la correspondance entre λ et σ .

b) En déduire le champ électrostatique \vec{E} dû à l'ensemble des spires au point O, en fonction de σ , α_1 et α_2 .

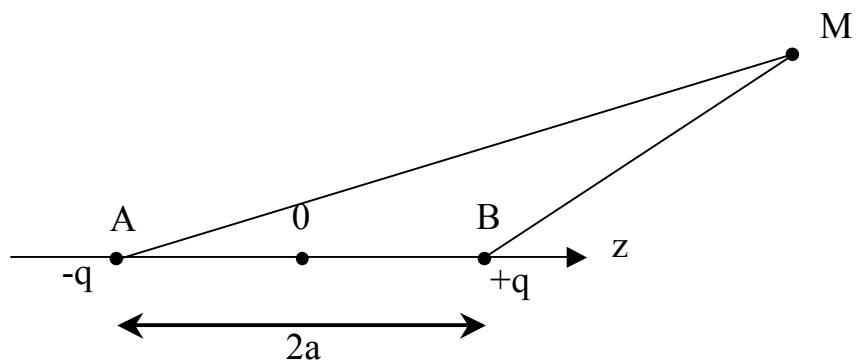
Exercice 8 : Dipôle électrostatique

Deux charges élémentaires $+q$ et $-q$ sont distantes de $2a$ sur l'axe z . Soit \vec{p} le moment dipolaire tel que $\vec{p} = 2 a q \vec{z}_0$. On suppose que $OM \gg 2a$.

Montrer que le potentiel électrique V en tout point M éloigné du dipôle, s'écrit sous la

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3}$$

forme:



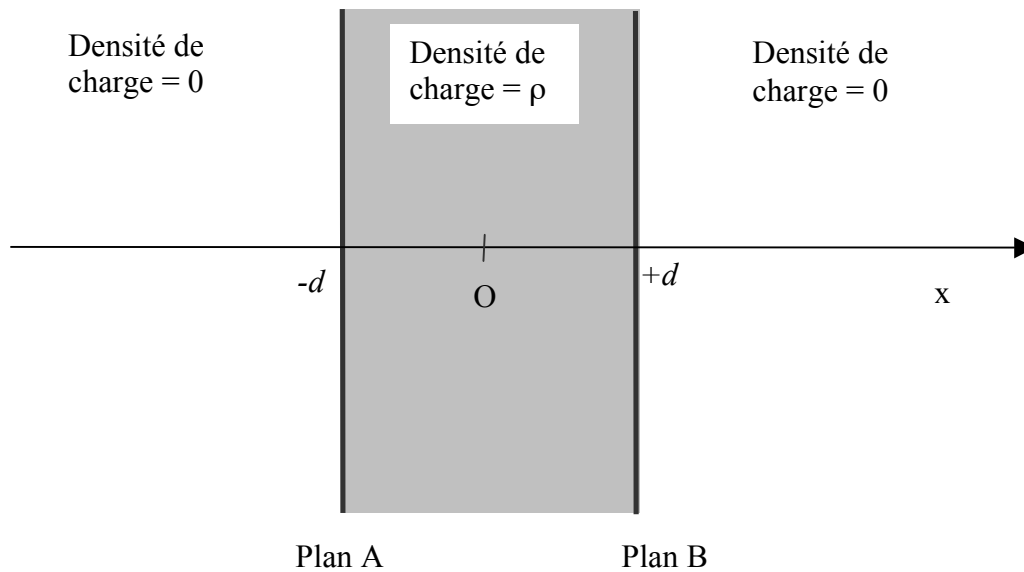
Exercice 9 : Fil et disque infinis chargés

Retrouver l'expression du champ électrique à l'aide du théorème de Gauss :

- 1) pour le fil infini (exo 5)
- 2) pour le plan infini chargé (exo 6)

Exercice 10 : charge volumique entre 2 plans

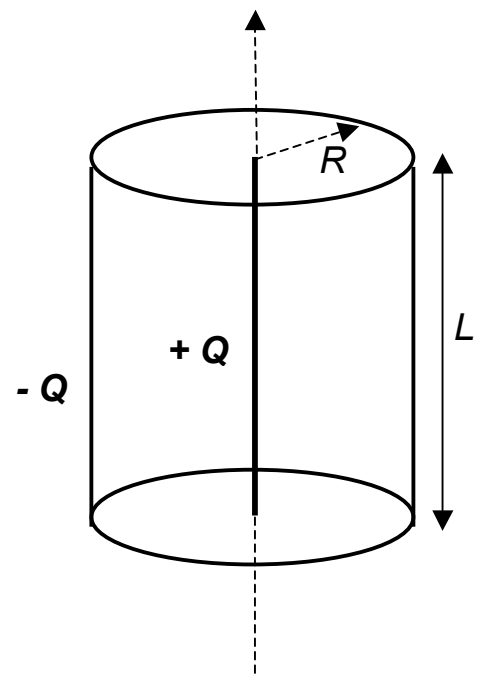
Soit une densité de charge volumique ρ constante entre deux plans A et B, parallèles et distants de $2d$.



- Etudier les symétries de la densité de charges
- Déterminer en appliquant le théorème de Gauss, le champ $E(x)$
 - à l'extérieur des deux plans ($x > d$, $x < -d$)
 - entre les deux plans A et B ($d > x > -d$)
- En déduire le potentiel $V(x)$, en tout point (entre les plans et à l'extérieur) en supposant $V(0)=0$
- Tracer l'allure des courbes $E(x)$ et $V(x)$

Exercice 11 : Compteur de Geiger-Müller

La cellule détectrice d'un compteur de Geiger-Müller (détecteur de particules ionisantes) est constituée d'un cylindre creux (rayon R , longueur L), dont la surface latérale métallique est chargée négativement ($-Q$) et d'un fil central fin (diamètre d) chargé positivement ($+Q$). L'espace est rempli d'un gaz neutre sous basse pression. Le principe de détection est basé sur l'ionisation du gaz lors du passage d'une particule incidente, les électrons ainsi créés se dirigent très rapidement (grâce au champ électrique présent dans la cellule) vers le fil central en ionisant sur leur passage, d'autres atomes de gaz. Un signal est ainsi perçu par le compteur.



1) En supposant $L \gg R$, calculer le champ électrique $E(r)$ dans la cellule en fonction de Q , L et r , distance à l'axe de la cellule (avec $r < R$). On négligera les effets de bord.

2°) On donne $L = 25$ cm, $R = 1,5$ cm, $d = 50$ μm . Pour obtenir un fonctionnement correct de ce détecteur, il est nécessaire que le champ électrique maximum $E(R)$ atteigne 3×10^4 V m^{-1} dans la cellule. Calculer d'abord littéralement puis numériquement, la différence de potentiel qu'il est nécessaire d'appliquer entre le fil central et le cylindre externe pour obtenir cette valeur de champ.

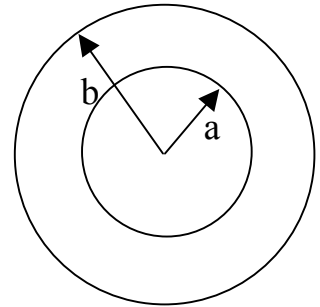
Exercice 12 : Densité volumique de charges (vu en cours)

Une distribution volumique de charge, comprise entre deux sphères de centre O et de rayon a et b , a pour valeur :

$$\rho = 0 \text{ si } r < a$$

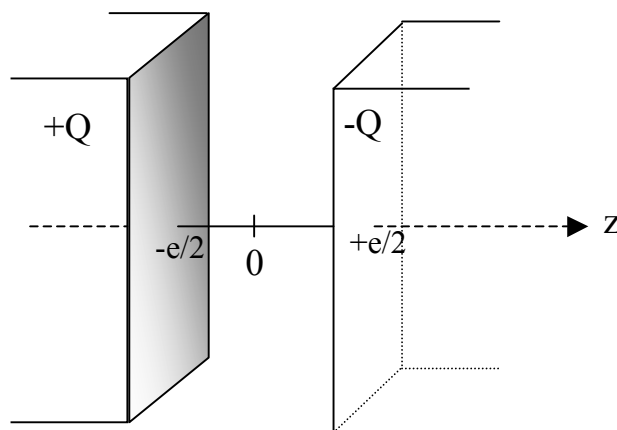
$$\rho = \text{cste si } a < r < b$$

$$\rho = 0 \text{ si } r > b$$



- Pour $\rho = \text{cste}$, tracer les courbes $E(r)$ et $V(r)$.
- En déduire le champ et le potentiel d'une sphère uniformément chargée.
- En déduire le champ et le potentiel d'une surface sphérique uniformément chargée.

Exercice 13 : Condensateur plan



Un condensateur plan est formé de 2 armatures de surface S (10 cm^2). L'une, d'abscisse $-e/2$, porte la charge $+Q$, l'autre, d'abscisse $+e/2$, porte la charge $-Q$. ($e=1$ mm).

- Calculer, à l'aide du théorème de Gauss, le champ électrique E entre les plaques.
- Donner le potentiel électrique en fonction de z .

- c) Calculer la capacité C de ce condensateur
 d) Que devient cette capacité si on introduit entre les plaques du condensateur, une lame métallique parallèle aux armatures et d'épaisseur h .
 e) La capacité dépend-elle de la position de la lame ?
 f) Démontrer la formule d'association de capacité en série et en parallèle.

Exercice 14 : Deux sphères conductrices

Deux sphères conductrices, de rayon a_1 et a_2 , de charge Q_1 et Q_2 , sont suffisamment éloignées pour être considérées sans influence.

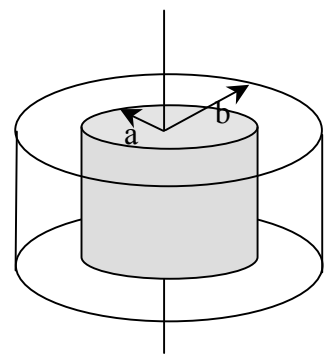


- a) Donner le champ électrostatique, le potentiel et la capacité de chaque sphère.
 b) Quelle est l'énergie W_0 du système défini par les 2 sphères ?
 c) Quelle est l'énergie dissipée lorsqu'on les relie entre elles ?

Exercice 15 : Condensateurs cylindrique et sphérique

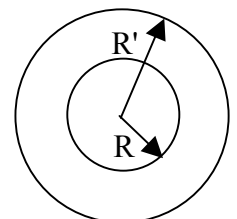
1) Deux conducteurs cylindriques coaxiaux très longs, de rayons a et b , constituent les 2 armatures d'un condensateur. L'armature intérieure et extérieure possèdent respectivement une charge $+Q$ et $-Q$ sur une longueur L .

- a) Calculer le champ électrostatique.
 b) Donner la différence de potentiel entre les 2 armatures.
 c) Donner la capacité de ce condensateur par unité de longueur.
 d) Montrer que si $b-a \ll 1$ on tend vers la capacité d'un condensateur plan.



2) Un condensateur est formé de 2 sphères concentriques de rayon $R=1\text{mm}$ et $R'=50\text{cm}$:

- a) Calculer le champ électrostatique $E(r)$.
 b) Calculer la capacité du condensateur formé par les 2 sphères.
 c) Que devient l'expression de la capacité si les rayons des sphères tendent vers l'infini ($R-R'=cste$)



Exercice 16 : champ magnétique créé par un courant (vu en cours)

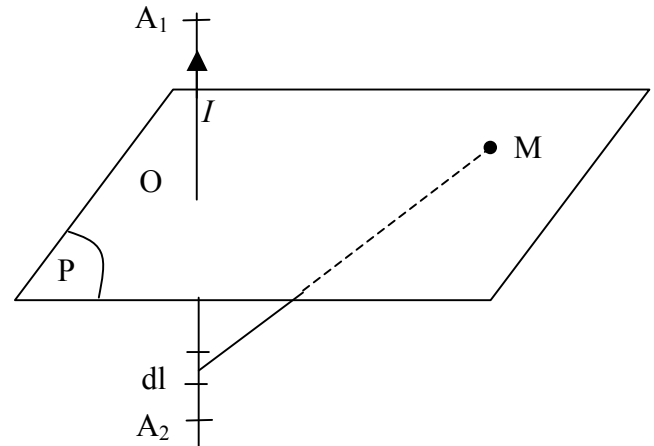
1°) Un conducteur filiforme est parcouru par un courant I .

a) Donner l'expression du champ magnétique $d\vec{B}$ produit, au point M , par un segment $d\vec{l}$ du conducteur, à l'aide de la loi de Biot et Savart

b) Donner l'expression du champ magnétique \vec{B} pour un fil de longueur fini A_1A_2 .

c) En déduire l'expression du champ magnétique \vec{B} pour un fil de longueur infini.

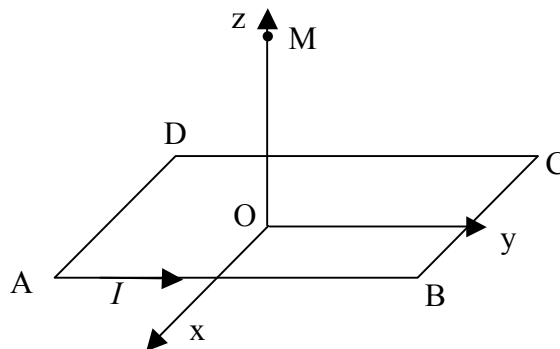
d) Retrouver cette expression en utilisant le théorème d'Ampère.



2°) Un fil rectiligne est parcouru par un courant $I = 1,5$ A. Un électron se déplace à la vitesse $v = 5 \cdot 10^{-4}$ m/s, parallèlement au fil, à 10 cm de distance. Quelle est la force magnétique créée par le courant sur l'électron ?

Exercice 17 : Spire carrée

On considère un conducteur filiforme parcouru par un courant I formant une spire carrée ABCD de côté a , de centre O , placée dans le plan xOy .



1) Calculer le champ magnétique créé en O par la portion de circuit AB .

2) En déduire le champ magnétique $\vec{B}(O)$ créé par toute la spire au point O .

3) Soit un point M de l'axe de la spire de coordonnées $(0,0,z)$. Montrer que le champ magnétique $\vec{B}(M)$ créée par la spire au point M se réduit à une composante.

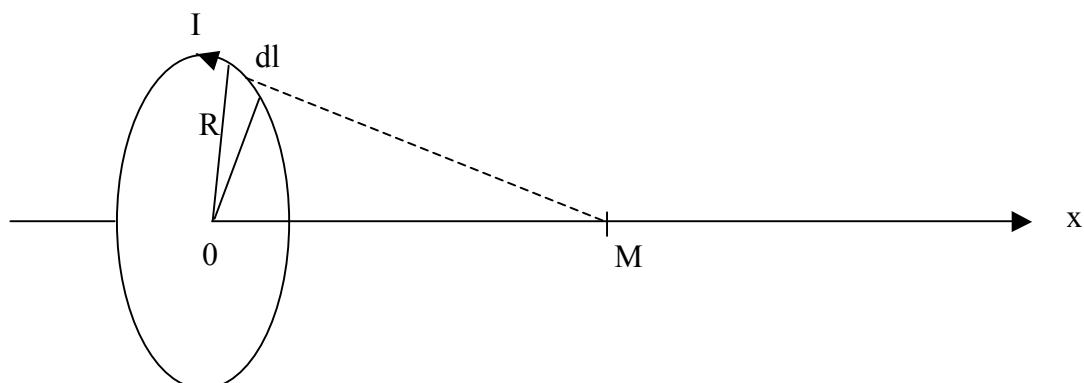
4) Calculer $\vec{B}(M)$ en fonction de μ_0 , I , a et z .

5) Que devient l'expression de $\vec{B}(M)$ pour un point très éloigné du circuit ($z \gg a$).

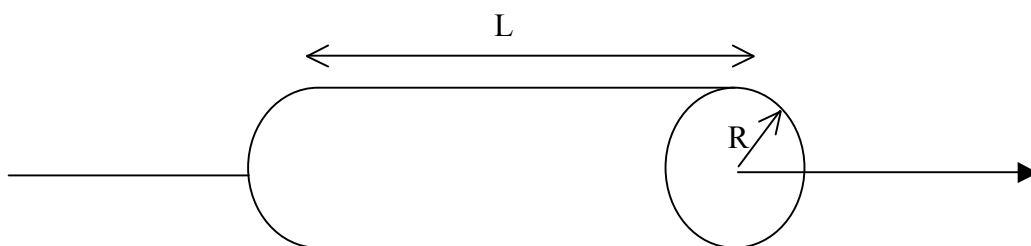
6) Exprimer ce résultat en fonction du moment magnétique \vec{M} du circuit.

Exercice 18 : Courant circulaire et solénoïde

1) Calculer le champ magnétique B généré par un courant I dans une spire circulaire de centre O , en un point M de son axe.



2) Un solénoïde est constitué de N spires coaxiales, parcourues par un courant I , de rayon R et de longueur L .



a) Calculer le champ magnétique B sur l'axe du solénoïde.

b) Si $L \gg R$, quelle est le champ magnétique B pour ce solénoïde dit « infini » ?

Exercice 19 : Câble coaxial

On considère deux conducteurs coaxiaux:

- l'un est cylindrique de rayon a . Il est plein.

- l'autre est un cylindre creux de rayon b entourant le premier

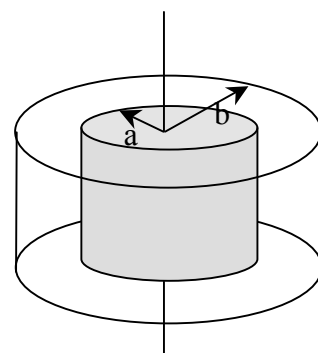
Des courants égaux, mais de sens contraire, parcourent les deux conducteurs.

Donner le champ B en tout point de l'espace :

a) $r < a$,

b) $a < r < b$,

c) $r > b$



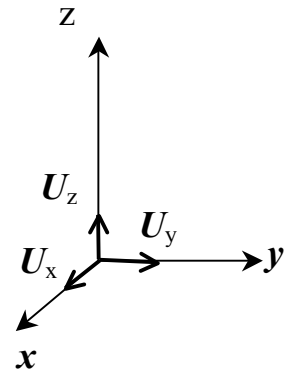
Aide mathématique

Soit $f(M)$ un champ scalaire

Coordonnées cartésiennes (x, y, z) :

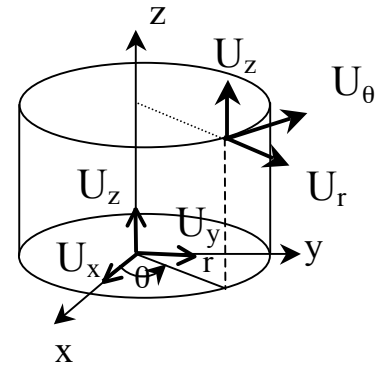
Gradient (vecteur) :

$$\overrightarrow{\text{grad } f} = \overrightarrow{\nabla f} = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) \overrightarrow{u_x} + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right) \overrightarrow{u_y} + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right) \overrightarrow{u_z}$$



Coordonnées cylindriques (r, θ, z) :

$$\begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \\ z = z \end{cases} \quad \begin{cases} \overrightarrow{U_r} = \cos \theta \overrightarrow{U_x} + \sin \theta \overrightarrow{U_y} \\ \overrightarrow{U_\theta} = -\sin \theta \overrightarrow{U_x} + \cos \theta \overrightarrow{U_y} \\ \overrightarrow{U_z} = \overrightarrow{U_z} \end{cases}$$



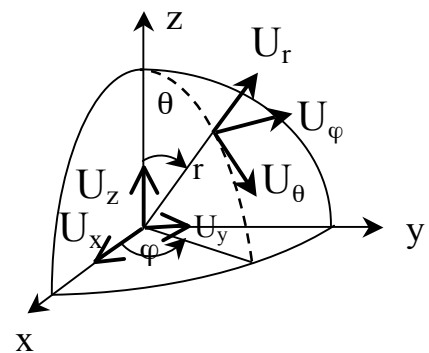
Gradient (vecteur)

$$\overrightarrow{\text{grad } f} = \overrightarrow{\nabla f} = \left(\frac{\partial f}{\partial r}\right) \overrightarrow{u_r} + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta}\right) \overrightarrow{u_\theta} + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right) \overrightarrow{u_z}$$

Coordonnées sphériques (r, θ, φ)

$$\begin{cases} x = r \cdot \sin \theta \cos \varphi \\ y = r \cdot \sin \theta \sin \varphi \\ z = r \cdot \cos \theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{U_r} = \sin \theta \cos \varphi \overrightarrow{U_x} + \sin \theta \sin \varphi \overrightarrow{U_y} + \cos \theta \overrightarrow{U_z} \\ \overrightarrow{U_\theta} = \cos \theta \cos \varphi \overrightarrow{U_x} + \cos \theta \sin \varphi \overrightarrow{U_y} - \sin \theta \overrightarrow{U_z} \\ \overrightarrow{U_\varphi} = -\sin \varphi \overrightarrow{U_x} + \cos \varphi \overrightarrow{U_y} \end{cases}$$



Gradient (vecteur)

$$\overrightarrow{\text{grad } f} = \overrightarrow{\nabla f} = \left(\frac{\partial f}{\partial r}\right) \overrightarrow{u_r} + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta}\right) \overrightarrow{u_\theta} + \left(\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \varphi}\right) \overrightarrow{u_\varphi}$$