



## SMP1-SMC1

Module : Mécanique du Point

**Série II : CINÉMATIQUE DU POINT****Exercice 1 :**

Soit  $M$  un point matériel.

- 1) Exprimer les vecteurs  $\overrightarrow{OM}$ ,  $d\overrightarrow{OM}$ ,  $\vec{V}(M)$ ,  $\vec{\gamma}(M)$  dans la base :
  - a) Cartésienne,
  - b) Cylindrique.

**Exercice 2 :**

Un point matériel se déplace dans le plan ( $xoy$ ) de telle sorte que  $\overrightarrow{OM}$  s'écrit :

$$\overrightarrow{OM} = (2t^2 - 2)\vec{i} + t\vec{j} \quad \text{ou } t \text{ est le temps.}$$

- 1) Donner l'équation et la nature de la trajectoire de  $M$  par rapport au plan ( $xoy$ ).
- 2) Déterminer les coordonnées et la norme de la vitesse au cours du temps.
- 3) Donner les coordonnées et la norme du vecteur accélération ainsi que les composantes tangentielle et normale.
- 4) Déduire le rayon de courbure  $R_c$  en fonction du temps.

**Exercice 3 : Mouvement hélicoïdal**

Soit  $M$  un point Matériel se déplaçant dans un référentiel  $R(O, x, y, z)$  le long d'une courbe d'équations paramétriques :

$$x(t) = 0.3\cos(\omega t) , \quad y(t) = 0.3\sin(\omega t), \quad z(t) = 0.1\omega t$$

Où  $\omega = 2\pi \text{ rad} \cdot \text{S}^{-1}$ . L'unité de longueur est le  $cm$ .

- 1) Exprimer ; dans la base  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  , le vecteur position  $\overrightarrow{OM}$ , le vecteur vitesse  $\vec{V}(M/R)$  et le vecteur accélération  $\vec{\gamma}(M/R)$ .
- 2) Calculer, les normes :  $\|\vec{V}(M/R)\|$  ,  $\|\vec{\gamma}(M/R)\|$  .
- 3) Exprimer, dans la base  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , les vecteurs de la base de Frenet  $\vec{t}$  et  $\vec{n}$  .
- 4) Calculer le rayon de courbure  $R_c$ .

#### **Exercice 4 : Spirale logarithmique**

Dans le plan ( $\mathbf{xoy}$ ) de base orthonormée  $(\vec{i}, \vec{j})$ , un point matériel  $M$  décrit la spirale  $(\mathbf{r} = r_0 e^{\theta})$  avec une vitesse angulaire  $\omega = \frac{d\theta}{dt}$  constante,  $\overrightarrow{OM} = r\vec{e}_r$  et  $\theta = \widehat{(\vec{i}, \vec{j})}$ . A l'instant initial le point  $M$  est sur l'axe ( $\mathbf{ox}$ ) à une distance  $r_0$  de l'origine  $O$ .

- 1) Déterminer les composantes de la vitesse  $\vec{V}(M)$  et l'accélération  $\vec{\gamma}(M)$ .
- 2) a) En exprimant le vecteur  $\vec{V}(M) \wedge \vec{\gamma}(M)$  dans la base de Frenet, montrer que le rayon de courbure peut s'écrire sous la forme :

$$R_c = V^3 \|\vec{V}(M) \wedge \vec{\gamma}(M)\|$$

- b) Dédurre son expression en fonction de  $r_0$ .

#### **Exercice 5 : (Exercice récapitulatif des connaissances)**

Un point matériel  $M$  de masse  $m$  est repéré dans un référentiel fixe ( $\mathbf{Oxyz}$ ) par ses coordonnées cylindriques  $(\rho, \theta, z)$  telles que :  $\rho = R$ ,  $\theta = \omega t$  et  $z = h\theta$  ( $R$  et  $\omega$  sont des constantes et  $t$  est le temps).

- 1) Écrire l'expression du vecteur position en coordonnées cylindriques et dans la base  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .
- 2) - a) quel est le mouvement du point  $M$  dans le plan ( $\mathbf{xoy}$ ) ?  
- b) quel est le mouvement du point  $M$  suivant la direction de l'axe ( $\mathbf{Oz}$ ) ?  
- c) quel est le mouvement résultant du point  $M$  ?
- 3) Déterminer les composantes cartésiennes et le module des vecteurs vitesse et accélération ?
- 4) Calculer l'abscisse curviligne  $s(t)$  du point  $M$  sachant qu'à l'instant initial  $t = 0$ ,  $s(t) = 0$
- 5) Quelles sont les composantes tangentielle et normale du vecteur accélération selon les vecteurs unitaires  $\vec{T}$  et  $\vec{N}$  du trièdre de Frenet ?
- 6) Calculer le rayon de courbure  $R_c$  de la trajectoire de  $M$  ?
- 7) Montrer que la vitesse fait un angle constant  $\alpha$  avec l'axe ( $\mathbf{Oz}$ ) ?, quel est l'hodographe du mouvement ?
- 8) Quelles sont les coordonnées cylindriques du mouvement du point  $M$  ?
- 9) Déterminer les vecteurs unitaires  $\vec{T}$ ,  $\vec{N}$  et  $\vec{B}$  ?