

Épreuve de mécanique du point
Session de rattrapage : 11 Mars 2016

Module : Mécanique du point
Filières : SMIA

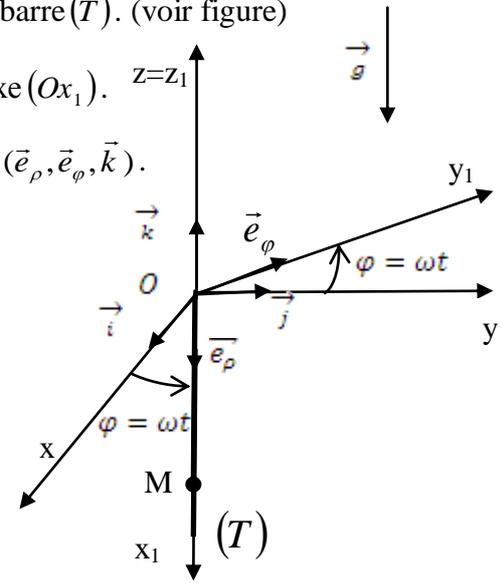
Durée : 1h30

Dans un repère galiléen $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, un point matériel M de masse m glisse sans frottement sur une barre (T) de longueur supposée infinie. Cette barre, située dans le plan horizontal (Oxy), tourne autour de l'axe vertical (Oz) avec une vitesse angulaire constante $\vec{\omega}$.

On associe à la barre (T) le référentiel relatif $R_1(O, x_1, y_1, z_1 = z)$ muni de la base cylindrique $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi, \vec{k})$ orthonormée et directe dont l'axe (Ox_1) est confondu avec la barre (T). (voir figure)

On note $\vec{OM} = \rho(t)\vec{e}_\rho$ où $\rho(t)$ est la position du point matériel M sur l'axe (Ox_1) .

Toutes les grandeurs vectorielles doivent être exprimées dans la base $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi, \vec{k})$.



2
2
2
2
2
2
2
2
2
2

- 1) Exprimer la quantité de mouvement $\vec{P}(M / R_1)$ du point M.
- 2) Déterminer le moment cinétique $\vec{\sigma}_0(M / R_1)$ en O du point M.
- 3) Faire le bilan de toutes les forces exercées sur M dans R_1 et donner leurs expressions.
- 4) Calculer le moment en O de chacune de ces forces.
- 5) En appliquant le théorème du moment cinétique en O, déterminer les composantes de la réaction de la barre (T) sur M dans la base $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi, \vec{k})$.
- 6) En appliquant le principe fondamental de la dynamique dans R_1 , montrer que l'équation différentielle du mouvement de M est de la forme : $\ddot{\rho} - \omega^2 \rho = 0$.
- 7) En déduire l'équation horaire $\rho(t)$ sachant qu'à $t=0$, $\rho = \rho_0$ et $\dot{\rho} = 0$.
- 8) Calculer l'énergie cinétique $E_c(M / R)$ du point M et sa dérivée $\frac{d}{dt}[E_c(M / R)]_R$.
- 9) Déterminer la puissance de chacune des forces agissantes sur M dans le repère R.
- 10) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, retrouver l'équation du mouvement de M.