

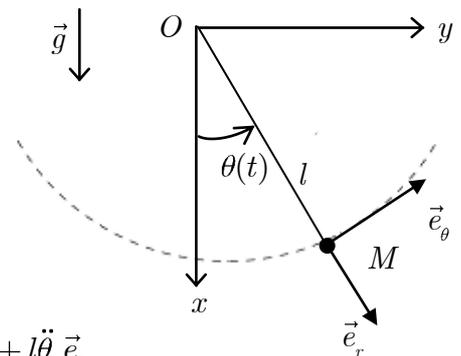
Épreuve de Mécanique du point : SMPC1/SMIA1
Session normale : 02/01/2018, Durée : 1h30

Pendule simple:

On considère un point matériel M de masse m accroché à un point fixe O par l'intermédiaire d'un fil inextensible de longueur l et de masse négligeable. L'ensemble est situé dans le champ terrestre $\vec{g} = g \vec{i}$, \vec{i} étant un vecteur unitaire de l'axe (Ox) . On note, l'angle orienté $\theta = (Ox, OM) = (\vec{i}, \vec{e}_r)$ où \vec{e}_r est un vecteur unitaire colinéaire à \overrightarrow{OM} . On néglige les frottements. On lâche la masse sans vitesse initiale à partir d'une position repérée par un angle θ_m .

Dans la base polaire $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ associée au point M , on a $\overrightarrow{OM} = l \vec{e}_r$.

N.B : Toutes les expressions vectorielles doivent être exprimées dans la base polaire $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$.



- 2 1) Quelles sont les forces appliquées au point matériel M ?
- 2 2) Vérifier que l'accélération du point M s'exprime par: $\vec{a} = -l \dot{\theta}^2 \vec{e}_r + l \ddot{\theta} \vec{e}_\theta$
- 3)
- 2 a. En appliquant le principe fondamental de la dynamique, Montrer que l'équation différentielle vérifiée par l'angle θ peut s'écrire sous la forme : $\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0$.
- 2 b. En déduire la période **des petites oscillations** du pendule.
- 2 4) On considère qu'à l'instant $t=0$ on a $\theta(0) = \theta_m$ et $\dot{\theta}(0) = 0$, déduire que : $\dot{\theta}^2 = 2 \frac{g}{l} (\cos \theta - \cos \theta_m)$.
- 2 5) En appliquant le principe fondamental de la dynamique, vérifier que la tension du fil T peut s'écrire sous la forme : $T = mg(3 \cos \theta - 2 \cos \theta_m)$.
- 6) Retrouver l'équation du mouvement vérifiée par l'angle θ en utilisant :
 - 2 a. la conservation de l'énergie mécanique. En prenant comme référence pour l'énergie potentielle de pesanteur la position $\theta = 0$: $E_p(\theta = 0) = 0$.
 - 2 b. le théorème du moment cinétique en O .
- 7)
 - 2 a. Déterminer les positions d'équilibre du système.
 - 2 b. Discuter la stabilité des équilibres ainsi obtenus.