

**U F R: PROPRIETES DES SURFACES**

**Mémoire présenté par:**

**EL OUARDI EL MOKHTAR**

**Pour obtenir le diplôme des études supérieurs  
Approfondies (D.E.S.A)**

**INITIATION A LA MODELISATION DES  
PROCEDES CHIMIQUES: APPLICATION A  
LA CONCENTRATION D'ACIDE  
PHOSPHORIQUE**

**Soutenu le 10/09/2003 devant le jury composé de:**

<b>Mme Alami</b>	<b>PA</b>
<b>Mme Hatim</b>	<b>PES</b>
<b>Mr El Alaoui. A. H</b>	<b>PES</b>
<b>Mr A Aboulmouhajir</b>	<b>PES</b>

*Je dédie ce mémoire*

*A mes parents*

*Qu'ils trouvent ici le faible témoignage de mon affection, de mon dévouement et de ma grande reconnaissance pour leur amour, leur soutien, leurs encouragements et les sacrifices qu'ils m'ont consentis. Puisse DIEU leur donner Santé et longue vie.*

*A mes frères et Sœurs*

*A ma famille*

*A tous ceux qui me sont chers*

*A tous ceux que j'ai omis de mentionner*

*En reconnaissance de leurs soutiens, qu'ils trouvent dans ce travail un gage de ma profonde affection de mon*

## **REMERCIEMENTS**

*Ce travail a été réalisé au sein du Laboratoire chimie-physique à la faculté des sciences El Jadida, et dirigé par Monsieur A. ABOULMOUHAJIR Professeur à la faculté des sciences El Jadida.*

*Je tiens à lui exprimer tous mes sincères remerciements et ma profonde gratitude pour l'intérêt qu'il a manifesté dans ce travail, ainsi que pour ses grandes compétences et ses excellents conseils et encouragements qu'il n'a cessé de me prodiguer tout au long de ce travail. Je suis très honoré et très reconnaissant de réaliser ce travail sous sa direction.*

*Je tiens aussi à remercier vivement Monsieur A. KHRIBECH le responsable de DESA "Propriété de Surface" et tous les enseignants qui ont contribué à ma formation durant ces deux années. Qu'ils trouvent ici toute ma reconnaissance et l'expression de mes sentiments les plus respectueux.*

*J'adresse également mes remerciements aux membres de jury pour avoir bien voulu juger ce travail.*

*Enfin que tous mes camarades de classe ainsi que les étudiants chercheurs de troisième cycle de la Faculté des sciences trouvent ici l'expression de mon amicale sympathie pour l'aide occasionnelle qu'ils m'ont apporté durant la période de stage.*

# **SOMMAIRE**

## SOMMAIRE

<b>REMERCIEMENTS.....</b>	<b>1</b>
<b>ABREVIATION.....</b>	<b>2</b>
<b>INTRODUCTION GENERALE.....</b>	<b>4</b>

### **CHAPITRE I: GENERALITES**

<b><i>I-1. Généralités.....</i></b>	<b>6</b>
<b><i>I-2. Modélisation.....</i></b>	<b>7</b>
<b><i>I-3. L'identification.....</i></b>	<b>9</b>
<b><i>I-4. La conduite et la commande.....</i></b>	<b>9</b>
<b><i>I-5.principe de la production d'acide phosphorique concentre.....</i></b>	<b>10</b>
<b><i>I-5.1. Schéma de l'installation.....</i></b>	<b>10</b>
<b><i>I-5.2. Description.....</i></b>	<b>10</b>
<b><i>I-5.3. Principe de base de la concentration d'acide phosphorique.....</i></b>	<b>11</b>

### **CHAPITRE II: ASPECT CHIMIQUE DU PROCEDE**

<b><i>II-1. Compositions des phosphates.....</i></b>	<b>13</b>
<b><i>II-2. Attaque du phosphate tricalcique.....</i></b>	<b>13</b>
<b><i>II-3. Réactions secondaires .....</i></b>	<b>13</b>
<b><i>II-4. Assainissement des gaz.....</i></b>	<b>15</b>
<b><i>II-5. Conclusion.....</i></b>	<b>15</b>

### **CHAPITRE III: DIMENSIONS DE L'ECHANGEUR DE CHALEUR ET MODELISATION**

<b><i>III-1. Dimensions de l'échangeur de chaleur.....</i></b>	<b>17</b>
<b><i>III-1.1 Processus de transferts thermiques.....</i></b>	<b>17</b>
<b><i>III-1.2 Technologie des échangeurs de chaleur .....</i></b>	<b>18</b>
<b><i>III-1.2.1. Type d'échangeur.....</i></b>	<b>18</b>
<b><i>III-1.2.2. Principe de fonctionnement de l'échangeur .....</i></b>	<b>19</b>

<i>III-1.2.3. Structure de l'échangeur et Caractéristiques des matériaux et des fluides internes utilisés .....</i>	<i>19</i>
<i>III-1.2.4. Surface d'échange .....</i>	<i>22</i>
<i>III-2. Le flux de la chaleur.....</i>	<i>24</i>
<i>III-2.1. Evaluation du flux de chaleur dans les conditions de production.....</i>	<i>24</i>
<i>III-2.2. Evaluation du coefficient de conduction(<math>\lambda</math>) de graphite dans les conditions de travail.....</i>	<i>27</i>
<i>III-2.3. Evaluation du coefficient globale de transmission moyenne (<math>K_m</math>) dans les condition de travail.....</i>	<i>28</i>
<i>III-3. Etude de la dépendance entre k, s et t le long du tube en graphite.....</i>	<i>29</i>
<i>III-3.1/ Le Flux De La Chaleur.....</i>	<i>29</i>
<i>III-3.2. Bilan thermique.....</i>	<i>29</i>
<i>III-3.3/ Cas Générale.....</i>	<i>.....</i>
<i>III-3.4/ Application: Concentration D'acide Phosphorique.....</i>	<i>.....</i>
<i>III-4. Modélisation de l'échangeur de la chaleur.....</i>	<i>32</i>
<i>III-4.1. Généralités sur les équations de conservation.....</i>	<i>32</i>
<i>III-4.2. Conditionnement de la fluidité d'acide.....</i>	<i>33</i>
<i>III-4.2.1. Bilan microscopique de la quantité de matière.....</i>	<i>33</i>
<i>III-4.2.2. Bilan microscopique de la quantité de mouvement.....</i>	<i>33</i>
<i>III-4.2.3. Bilan microscopique de l'énergie.....</i>	<i>33</i>
<i>III-4.3. Conditionnement de la fluidité de la vapeur.....</i>	<i>35</i>
<i>III-4.3.1. Bilan microscopique de la quantité de la matière.....</i>	<i>35</i>
<i>III-4.3.2. Bilan microscopique de la quantité de mouvement.....</i>	<i>35</i>
<i>III-4.3.3. bilan microscopique de l'énergie.....</i>	<i>36</i>

## **CHAPITRE IV: EVAPORATEUR**

<i>IV-1. Dimensionnement de l'évaporateur.....</i>	<i>39</i>
--	-----------

<i>IV-1.1. Evaluation de débit volumique entré au boucle.....</i>	<i>39</i>
<i>IV-1.2. Débit massique de la vapeur d'eau.....</i>	<i>39</i>
<i>IV-2.Evaluation des sections entrée-sortie bouilleur.....</i>	<i>40</i>
<i>IV-2.1. Conservation de débit massique.....</i>	<i>40</i>
<i>IV-2.2. Volume de contrôle.....</i>	<i>41</i>
<i>IV-2.2.1. Caractéristique technique du circulateur (pompe de circulation).....</i>	<i>41</i>
<i>IV-2.2.2. Hauteur d'acide dans le bouilleur.....</i>	<i>41</i>
<i>IV-2.2.3. Caractéristiques techniques de la pompe à vide.....</i>	<i>42</i>
<i>IV-3.CONCLUSION.....</i>	<i>43</i>
<i>CONCLUSION GENERALE.....</i>	<i>44</i>
<i>TENDANCES ET PERSPECTIVES.....</i>	<i>45</i>
<i>ANNEXES.....</i>	<i>46</i>
<i>BIBLIOGRAPHIE.....</i>	<i>68</i>

# INTRODUCTION GENERALE

Le présent travail de ce mémoire se propose d'étudier les aspects relatifs à la modélisation du procédé de concentration de l'acide phosphorique par évaporation. Cette modélisation consiste en l'optimisation des paramètres de marche. Le suivi de ces paramètres impose une simulation comme démarche ultérieure, Il s'agit d'une étude sur ordinateur sans avoir à construire ou manipuler une installation. Nous abordons une simulation dynamique à cause d'une non linéarité des procédés chimiques.

Le problème c'est de trouver la solution des modèles non linéaire qui provoque un état plus stable en tenant compte toutes les contraintes à savoir la corrosion, l'encrassement, l'échange de la chaleur.

Ce travail nous a permis de concilier entre la théorie et l'expérience et de rentabiliser le savoir faire universitaire au niveau de l'industrie.

En effet, ce mémoire s'inscrit dans un contexte plus large visant à offrir une meilleure compréhension du procédé de concentration d'acide phosphorique par évaporation.

Ce mémoire sera subdivisé en trois parties qui se répartissent de la manière suivante:

Dans la première partie, nous présentons une description générale, principe de base et l'aspect chimique de la production d'acide concentré pour que nous familiarisons au procédé.

Dans la deuxième partie considéré comme un premier pas à la modélisation du procédé, nous étudions l'échangeur de la chaleur qui caractérise le procédé de la concentration. Une étude de la dépendance entre le coefficient de transmission global, la surface d'échange et l'écart de la température le long de l'échangeur s'avère nécessaire pour optimiser l'échange calorifique au cours de la marche normale. A la fin de la deuxième partie nous présentons la modélisation de l'échangeur de chaleur à partir des bilans microscopiques de la matière, de la quantité de mouvement et de l'énergie qui nous favorise une description de la trajectoire des paramètres de marche et les propriétés physique de la matière primaire et produit finie.

Dans la troisième partie, on détermine les dimensions d'évaporateur nous permet de déterminer le domaine d'étude (le volume de contrôle) qui correspond à l'état de la stabilité des systèmes.

Finalement, une conclusion générale, tendances et perspectives seront données à la fin de ce manuscrite

## NOMENCLATURE

### Lettres latines

- A: Surface d'échange global  
A<sub>i</sub>: Surface d'échange global interne  
A<sub>e</sub>: Surface d'échange global externe  
c<sub>p</sub><sup>ve</sup>: Chaleur massique de la vapeur à p = constante  
c<sub>p</sub><sup>ac</sup>: Chaleur massique de l'acide phosphorique concentré  
d<sub>i</sub>: Le diamètre intérieur des tubes  
d<sub>e</sub>: Diamètre extérieur des tubes  
E: Module d'élasticité (MPa)  
e : épaisseur du tube  
F: Coefficient de température moyenne effective  
G : l'efficacité d'échangeur  
h<sub>e</sub>: Coefficient de convection de la vapeur d'eau  
H: Enthalpie de la vapeur saturée en Kcal /kg  
h<sub>i</sub>: Coefficient de convection de l'acide  
K: Coefficient globale de transmission  
K<sub>e</sub>: coefficient global de transmission externe  
K<sub>i</sub>: coefficient global de transmission interne  
L: La hauteur de l'échangeur  
ℓ : Coefficient calorimétrique à volume constante  
M: Métal  
m<sub>ve</sub>: Masse de la vapeur d'eau  
m : Paramètre liant les propriétés thermophysiques de fluide chaud et fluide froid  
n: Nombre des tubes  
I<sub>C</sub>: L'enthalpie massique de la condensation du fluide chaud (vapeur) à la Température Θ<sub>c</sub>  
K: Coefficient globale de transmission  
k: Coefficient globale d'un tube  
K<sub>m</sub>: Le coefficient de transmission globale moyenne  
P : Pression  
P<sub>i</sub>: Pas intertubulaire  
P<sub>l</sub>: Pas longitudinal  
P<sub>t</sub>: Pas transverse  
P<sub>a</sub>: Pression absolue en Kgf/cm<sup>2</sup>  
q<sup>ac</sup> : débit massique de l'acide qui correspond au flux de la chaleur Φ<sup>ac</sup>  
q<sub>T</sub><sup>ac</sup> : débit massique total de l'acide qui correspond au flux de la chaleur Φ<sub>T</sub><sup>ac</sup>  
q<sup>ve</sup>: débit massique de la vapeur d'eau qui correspond au flux de la chaleur Φ<sup>ve</sup>  
q<sub>T</sub><sup>ve</sup> : débit massique total de la vapeur d'eau qui correspond au flux de la chaleur Φ<sub>T</sub><sup>ve</sup>  
Q : chaleur échangée dans l'échangeur  
Q<sub>s</sub>: Chaleur massique de surchauffe  
R<sub>i</sub>: rayon interne du tube  
R<sub>e</sub>: rayon externe du tube  
r: Chaleur latente de vaporisation en Kcal / kg  
S: Surface d'échange du tube  
S<sub>e</sub>: surface externe  
S<sub>i</sub>: surface interne

$t$  : Température coté froid  
 $T$  : Température coté chaud  
 $T_c^i$  : Température initiale de la vapeur d'eau  
 $T_c^f$  : Température finale de la vapeur d'eau  
 $T_f^i$  : Température initiale de l'acide  
 $T_f^f$  : Température finale de l'acide  
 $T_e$  : Température extérieur cote vapeur  
 $T_s$  : Température de saturation  
 $T_c^f = \theta_c$  : Température de condensation  
 $\widehat{V}$  : Volume correspond à l'unité de masse  
 $V_m$  : vitesse moyenne du fluide froid  
 $x$  : L'épaisseur des tubes

$d_b$  : diamètre entrée(sortie)acide au bouilleur  
 $d_{ss}$  : diamètre sortie séparateur  
 $h_c$  : hauteur de l'acide dans le bouilleur  
 $M$  : masse molaire  
 $P_e$  : pression entrée bouilleur  
 $P_s$  : pression sortie bouilleur  
 $q_V^{ac}$  : débit volumique d'acide concentré 54%  
 $q_V^{af}$  : débit volumique d'acide faible 29%  
 $q_m(H_2O)_g$  : débit massique de la vapeur d'eau  
 $q_V(H_2O)_g$  : débit volumique de la vapeur d'eau  
 $q_{me}^{ac}$  : débit massique d'acide concentré entré bouilleur  
 $q_{Ve}^{ac}$  : débit volumique d'acide concentré entré bouilleur via l'échangeur  
 $q_{ms}^{ac}$  : débit massique d'acide concentré sortie bouilleur vers l'échangeur  
 $q_{Vb}^{gv}$  : débit volumique des gaz volatils pompé par la pompé à vide  
 $q_{Vs}^{ac}$  : débit volumique d'acide concentré sortie bouilleur  
 $V_c^{gv}$  : volume de contrôle des gaz volatils dans le bouilleur  
 $V_c^{ac}$  : volume de contrôle d'acide dans le bouilleur  
 $v_e$  : vitesse de fluidité d'acide entré bouilleur  
 $v_{ss}^{gv}$  : vitesse des gaz volatils entré séparateur  
 $v_{es}^{gv}$  : vitesse des gaz volatils sortie séparateur  
 $v_b^{gv}$  : vitesse des gaz volatils au niveau de bouilleur  
 $v_{sb}$  : vitesse de fluidité d'acide sortie bouilleur  
 $S_{eb} = S_{sb} = S_b$  : section entrée(sortie)acide au bouilleur  
 $S_{ss}$  : section sortie séparateur  
 $S_{es}$  : section entré séparateur  
 $T_{be}$  : température entrée bouilleur  
 $T_{bs}$  : température sortie bouilleur

### lettres grecques

$\alpha_T$ : Coefficient de dilatation(m/m/°C)

$\Delta T$ : L'écart de la température paroi-fluide

$\Delta T_m$ : L'écart de la température logarithmique moyenne

$\theta$ : Temps

$\theta_c$ : Température de condensation de la vapeur d'eau

$\Theta_e$ : Température à l'extérieur du tube

$\Theta_i$ : Température à l'intérieur du tube

$\eta^{ac}$ : Viscosité dynamique de l'acide concentré

$\lambda$ : coefficient de conductivité thermique

$\lambda_m$ : Chaleur massique de vaporisation

$\rho_g$ : Masse volumique de graphite

$\rho^{ac}$ : Masse volumique d'acide concentré

$\rho^{ve}$ : Masse volumique de la vapeur d'eau

$\tau$ : Temps qui correspond à une quantité de chaleur  $\partial Q$  traversant l'échangeur

$\Delta P$ : différence de pression entrée- sortie bouilleur

$\rho^{ac}$ : masse volumique d'acide concentré

$\rho^{af}$ : masse volumique d'acide faible

$\rho^{gv}$ : masse spécifique des gaz volatils

### les indices

c : chaud(fluide chaud)

e : extérieur

f :froid(fluide froid)

g : graphite

m: moyen

i : intérieur

T :total correspondant à tous l'échangeur

V : volumique

### exposant

ac :acide concentré(fluide froid)

f : final

i : initial

ve : vapeur

## **CHAPITRE I**

# **GENERALITES**

## **I-1. Généralités**

Le génie des procédés rassemble l'ensemble des connaissances et des méthodes nécessaires à la conception, la mise en œuvre et l'optimisation des procédés de transformation de la matière et de l'énergie. Transdisciplinaire, cette discipline s'appuie sur le recueil de disciplines fondamentales, mais a développé ses propres concepts et paradigmes, ainsi que des méthodes originales (approche systémique et analytique, modélisation et expérimentation...), s'appliquant à des domaines très diversifiés (pétrole, chimie, agroalimentaire, nucléaire, santé, élaboration de matériaux, énergie...) et à des milieux physico-chimiques extrêmes (plasma, supercritique...).

Intégrant les différents aspects techniques, socio-économiques, environnementaux..., cette véritable science de l'ingénieur a comme objectif l'étude des systèmes complexes industriels et naturels et conduit à un niveau de compréhension supérieur de ces systèmes:

La maîtrise totale et l'approche intégrée de procédés, analysés et étudiés en tant que systèmes complexes. Cette complexité est inhérente à des états thermodynamiques particuliers, aux phénomènes couplés non linéaires ou hors équilibre induisant des comportements complexes, aux lois rhéologiques non newtoniennes, aux hétérogénéités des milieux et des objets considérés, aux comportements dynamiques des systèmes et aux multiples interactions.

Approche intégrée, parce que les phénomènes, processus et opérations mis en jeu concernent une large gamme d'échelles de l'ordre de la macroéchelle.

Il y a diversité des phénomènes et processus étudiés ainsi que celle des objets d'étude naturels ou artificiels (opérations unitaires, réacteurs, séparateurs, échangeurs, procédés à vocation industrielle). Mais au-delà de cette diversité, qui constitue la richesse de la section et en aucun cas une dispersion thématique, il convient d'insister sur l'approche méthodologique unitaire dont les objectifs sont de nature :

- Cognitive (compréhension des phénomènes et des interactions, des comportements dynamiques...).
- Théorique et conceptuelle (modélisation, simulation, analyse...).
- Instrumentale (expérimentation, maquettes, instrumentation, métrologie, validation).
- Opérationnelle (diagnostic, conduite, commande, extrapolation).
- Economique (évaluation, optimisation).

L'ensemble des systèmes complexes étudiés mettent en jeu des milieux fluides réactifs ou non, mono ou polyphasiques, sièges de phénomènes multiéchelles et couplés de transports et de transferts aux interfaces, en écoulement au sein de milieux artificiels (équipement,

opérations unitaires, réacteurs, séparateurs...). Ceci constitue le dénominateur commun de l'ensemble des activités de la section, qui tout en reposant sur une démarche cognitive, trouvent leur motivation dans un certain nombre de domaines d'application ainsi que dans des enjeux socio-économiques importants.

La maîtrise totale du procédé peut se décliner selon cinq rubriques:

- Maîtrise des processus et phénomènes.
- Maîtrise de l'information: modélisation systémique ou analytique, simulation numérique, capteurs complexes et pour milieux complexes, méthodes de l'informatique avancée, optimisation, traitement du signal.
- Maîtrise des produits et de la matière.
- Maîtrise de l'environnement.
- Maîtrise des équipements: utilisation de matériaux nouveaux, amélioration des connaissances des opérations unitaires, nouveaux types d'équipements adaptés à la maîtrise des processus et des propriétés.

L'approche du complexe fait donc partie intégrante de la discipline du génie des procédés et ne doit pas être abandonnée à la physique, la mécanique, l'automatique, la biologie ou la chimie; il est cependant nécessaire de mieux définir la propre typologie du génie des procédés, qui se définit surtout par les milieux, les phénomènes, les comportements et les systèmes et objets complexes auxquels il s'intéresse.

L'atteinte des objectifs traditionnels de sécurité, d'optimisation, de coûts de fabrication, de rendements et de sélectivité, mais aussi de nouveaux objectifs de flexibilité et d'ajustement de qualité de production à des demandes multiformes et évolutives est très largement conditionnée par un développement des recherches dans ce secteur. Par ailleurs, le spectaculaire accroissement de la puissance des ordinateurs ouvre la voie à des méthodes de simulation numérique capables de traiter des modèles mettant en jeu des centaines de milliers de variables et d'équations, et la modélisation des propriétés physiques et moléculaires utilisant des banques de données devient une réalité tangible.

## **I-2 . Modélisation**

Puis à l'observation, la théorie et l'expérience est venu s'ajouter un nouvel outil scientifique: la modélisation. Celle-ci a pleinement acquis ses lettres de noblesse avec l'avènement de l'informatique. La simulation informatique a malheureusement commencé sa brillante carrière avec la mise au point de la première bombe atomique à *LOS ALAMOS* pendant la Seconde Guerre Mondiale . Elle s'est depuis imposée comme un outil

indispensable à la pratique de la science, trouvant sa place entre l'observation, la théorie et l'expérience, et interagissant avec elles.

Pourquoi la modélisation? d'abord pour simuler et optimiser les procédés, puis pour concevoir et extrapoler de nouvelles unités, enfin pour commander. Il s'agit de modèles statiques ou dynamiques, linéaires ou non linéaires. mono ou multivariés, continus ou discrets, à paramètres localisés ou répartis. Mais, à côté de ces caractéristiques techniques, c'est plutôt l'approche utilisée qui différencie les modèles conçus par l'homme de procédé (modèles de l'ingénieur de procédé) au par celui du contrôle (modèles de l'automaticien).

### ☛ **Qu'est-ce qu'un modèle ?**

Qu'est-ce qu'un modèle? Que peut un modèle? Que ne peut-il pas? Pourquoi concevoir des modèles?

Un modèle est une simplification du monde. On isole une classe de phénomènes et on essaie d'en rendre compte à l'aide d'un certain nombre d'hypothèses et de règles. A ce titre, une théorie est une forme de modèle.

Un bon modèle doit être prédictif, c'est-à-dire qu'il doit permettre de prévoir dans une certaine mesure le résultat d'une expérience. Cette prédictibilité peut avoir un caractère qualitatif ou quantitatif selon que le modèle se contente de prévoir un certain comportement ou qu'il permet de prédire la valeur de telle ou telle grandeur mesurable.

### ☛ **Comment on utilise un modèle!**

Un point crucial est le choix des valeurs des paramètres du modèle (paramètres physiques, conditions initiales...) La validité des résultats en dépendra fortement.

Après l'utilisation du modèle on effectuera une comparaison théorie/expérience. Un désaccord entre les deux permettra de mettre en cause la validité des paramètres introduits ou la validité du modèle (l'a-t-on utilisé dans son domaine de validité, a-t-on pris en compte tous les phénomènes nécessaires...), mais peut-être aussi la façon dont a été menée l'expérience !

Cette comparaison pourra amener l'utilisateur à adapter les paramètres du modèle afin d'améliorer les résultats des futures modélisations. Il s'instaure donc un système d'aller-retour entre la simulation et l'expérience.

## ☛ Conclusion

La modélisation est un outil puissant qui permet en particulier d'optimiser un dispositif avant de le fabriquer. Les algorithmes d'optimisation permettent de s'affranchir en grande partie de la méthode d'essai et erreur.

### **I-3 . L'identification**

Après la résolution des modèles il faut faire une étude comparative entre les résultats trouvés et la simulation des procédés qui elles existent.

En effet, la structure du modèle étant connue par l'étape précédente, il faut déterminer les paramètres inconnus de ce modèle à partir d'un jeu de relevés expérimentaux, ces relevés sont obtenus en perturbant le système par des entrées connues.

L'entrée pour un genre de procédé chimique c'est la perturbation échelon qui correspond à un changement de marche, ceci gêne le fonctionnement du système de point de vue automatisé. La non linéarité du modèle provoque une réponse insuffisamment riche qui dépend fréquemment de la nature de l'entrée. La phase qui se suit consiste à utiliser une procédure d'identification; il s'agit d'une minimisation d'une erreur d'équation ou d'une erreur de sortie c'est-à-dire entre les sorties effectivement mesurées et celles simulées à partir d'un modèle ce qui pose alors un problème d'optimisation non linéaire souvent mal conditionné à cause de la multiplicité des paramètres de marche.

Les méthodes utilisables pour résoudre le système d'équations différentielles étant des techniques d'estimation pour un système mal conditionné (telle que la méthode de Gear) et de minimisation de fonction d'erreur (Gauss-Newton).en général, on ne peut résoudre le problème intégralement; c'est-à-dire l'estimation non linéaire est donc encore un problème ouvert.

L'identification concerne en fait les genres de procédé et d'automatisation c'est un ensemble qu'ils doivent définir les variables d'entrées manipulables (consigne de régulateur) ou non (perturbation) et de sortie.

### **I-4. La conduite et la commande**

La conduite et la commande des procédés sont destinées à résoudre une multiplicité de problèmes de nature très différentes, il s'agit notamment:

D'assurer la stabilité des procédés.

De maintenir la reproductibilité (en qualité et en quantité).

D'augmenter la flexibilité des systèmes de production (changement de consigne).

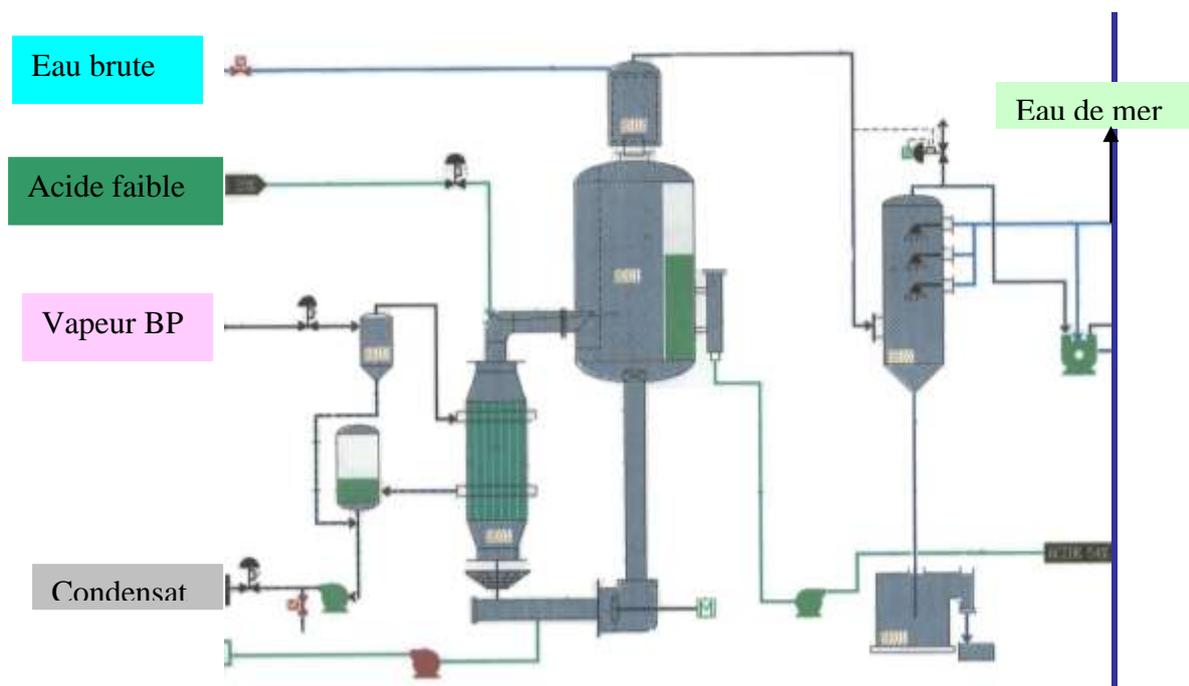
De procéder aux démarrages et aux arrêts dans des conditions optimales (minimisation des effets des étapes transitoires, optimisation des trajectoires).

D'optimiser la production (optimisation statique et fixation des consignes dans le cas continu).

Nous nous sommes focalisés sur l'étude du procédé de concentration d'acide phosphorique en raison de la richesse du procédé en phénomènes physico-chimiques et de son intensité économique dans notre pays.

## **I-5. principe de la production d'acide phosphorique concentré.[1, 2, 3]**

### **I-5-1. Schéma de l'installation**



**Fig 1:** Schéma descriptif du procédé concentration d'acide phosphorique

### **I-5-2. Description**

La concentration de l'acide, par évaporation sous vide (contrôlé par un système de vide composant: le laveur, la pompe à vide et une vanne réglable), est réalisé dans une boucle de circulation composant: l'évaporateur, la pompe de circulation, et l'échangeur de chaleur.

L'échangeur est réalisé en tube de graphite renforcé et placé suffisamment bas sous le niveau de liquide dans l'évaporateur pour éviter que l'ébullition ne survient ni dans ses tubes ni dans la tuyauterie de sortie .Ceci nous permet d'avoir un écart minimal de la température dans l'échangeur, par conséquent de minimiser l'encrassement et d'avoir un plus long cycle d'opération.

Après désurchauffe, la vapeur de basse pression alimente l'échangeur de chaleur à tubes de graphite. Le condensat est récupéré par la suite, leur qualité est contrôlée avant recyclage vers le système de génération de vapeur par une pompe à condensat.

Les vapeurs de l'évaporateur traversent un séparateur à haut rendement avant d'être condensées par l'eau de mer au niveau du laveur condenseur.

L'acide à concentrer est alimenté à la sortie de l'échangeur où il se mélange au grand débit d'acide surchauffé par l'échangeur de quelques degrés au-dessus de sa température d'ébullition qui correspond à une pression définie dans l'évaporateur, et détermine le titre en  $P_2O_5$  dans l'acide phosphorique.

L'acide produit se déborde de l'évaporateur vers le stockage via une pompe auto-réglable.

### **I-5.3. Principe de base de la concentration d'acide phosphorique.[4]**

Le principe de la concentration d'acide phosphorique consiste à:

- Eliminer une partie de l'eau de dilution du  $P_2O_5$  par une évaporation forcée sous vide; ce phénomène est favorisée par une augmentation de la température de l'acide.
- L'acide faible est mélangé à une grande quantité d'acide concentré en circulation constante puis chauffé dans l'échangeur par une vapeur basse pression.
- Il va subir une augmentation de température amenant la tension de vapeur de l'eau contenue dans le mélange à une valeur supérieure à la pression absolue fixée dans l'évaporateur: il va y avoir ébullition de l'eau.

D'après ce qui précède, il existe une relation triangulaire « La dépression (vide), titre en  $P_2O_5$  sortant de l'évaporateur et la température de l'acide sortant de l'évaporateur» en tenant compte des propriétés physiques de l'acide faible 29 %.

La complexité du procédé est due en grande partie à la réactivité chimique ayant lieu, d'où l'intérêt de l'explicitier dans le paragraphe suivant.

## CHAPITRE II

# ASPECT CHIMIQUE DU PROCÉDÉ

## **II-1. Compositions des phosphates**

Les phosphates naturels sont constitués par un mélange complexe de composés suivants [5, 6, 7]:

Fluorapatite:  $[\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2]_3\text{CaF}_2$

Calcite:  $\text{CaCO}_3$

Quartz:  $\text{SiO}_2$

Silicates:  $(\text{M})\text{SiO}_3$       M: Métaux

Oxydes des métaux:  $\text{Al}_2\text{O}_3, \text{Fe}_2\text{O}_3$

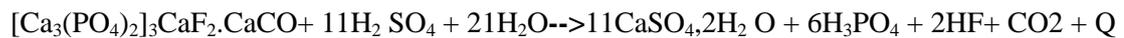
Dolomite:  $\text{MgCa}(\text{CO}_3)_2$

Carbone organique:  $\text{CO}_2$

Cependant, les phosphates naturels sont formés principalement par le fluoroapatite. Celui est attaqué par l'acide sulfurique à 98 %, formant ainsi une bouillie d'acide phosphorique, de gypse et d'impuretés.

## **II-2. Attaque du phosphate tricalcique**

Attaque du phosphate tricalcique se fait suivant la réaction:



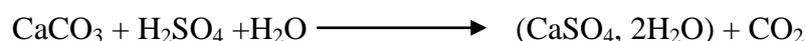
Q: étant la quantité de la chaleur.

## **II-3. Réactions secondaires**

En parallèle à la réaction principale, d'autres réactions chimiques secondaires interviennent conduisant à des impuretés qui peuvent avoir un rôle négatif.

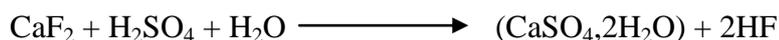
L'ensemble des impuretés, aussi bien majeur qu'à l'état de traces, manifeste des effets néfastes lors des différentes étapes de transformation des phosphates en acide phosphorique et en engrais. Ainsi les majeurs  $\text{MgO}$ ,  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  et F affectent la qualité chimique de l'acide et changent ses caractéristiques physiques, notamment sa viscosité et la densité. Elles sont par ailleurs génératrices d'ennuis lors de la concentration de l'acide (formation des boues), lors de son stockage et de son expédition (post-précipitation). D'autres impuretés quoiqu'en faibles teneurs ou même à l'état de traces (matières organiques, vanadium,...), donnent à l'acide une coloration indésirable.

Dans le cas d'un phosphate riche en  $\text{CaCO}_3$ , il y a décomposition du carbonate avec formation de sulfate et d'anhydride carbonique:



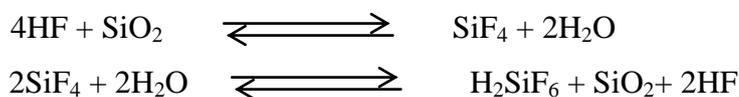
En présence de matières organiques, il y a le dégagement de  $\text{CO}_2$  qui favorise la formation de mousses.

Le fluorure de calcium réagit avec  $\text{H}_2\text{SO}_4$  suivant la réaction:



L'acide fluorhydrique ne reste pas sous cette forme, il a tendance à réagir avec la silice.

En effet,



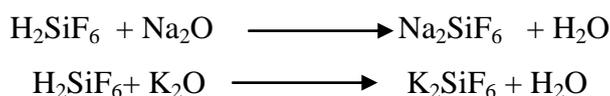
L'acide phosphorique avant la concentration contient en solution de l'acide fluosilicique. Cet acide est chauffé et donne lieu à un dégagement de vapeurs d'eau, d'acide fluorhydrique ainsi que de  $\text{SiF}_4$  suivant la réaction:



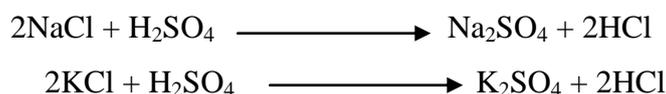
Lors du dégagement du fluor, un équilibre s'établit entre le  $\text{H}_2\text{SiF}_4$  contenu dans l'acide phosphorique et les vapeurs de HF et de  $\text{SiF}_4$ . Cet équilibre dépend d'un certain nombre de facteurs:

- Pression partielle en HF et  $\text{H}_2\text{SiF}_6$ .
- silice réactive de l'acide bouillant.
- température (la plus élevée possible).
- concentration de l'acide phosphorique.

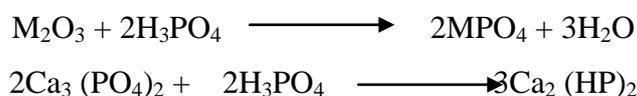
C'est ainsi que, s'il y a un défaut de silice, il y a un excès de HF par rapport à  $\text{H}_2\text{SiF}_6$ ; ce dernier composant voit sa teneur dans l'acide diminuer à mesure que la concentration en HF croît. L'acide fluorhydrique et l'acide fluosilicique  $\text{H}_2\text{SiF}_6$  sont très corrosifs. Les oxydes métalliques, contenus dans le phosphate en présence d'acide fluosilicique, produisent des fluosilicates.



Les chlorures de sodium et de potassium sont à la base de grande corrosion puisqu'ils génèrent de l'acide chlorhydrique.



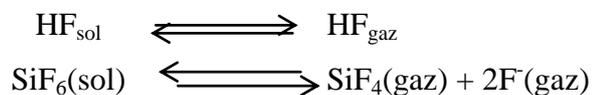
Les oxydes métalliques passent en solution et dégradent partiellement l'acide phosphorique en fixant les ions  $\text{PO}_4^{3-}$  ou  $\text{HPO}_4^{2-}$  selon les réactions:



Elles donnent lieu à la précipitation, dans l'acide produit, des différents composés insolubles.

## **II-4. Assainissement des gaz**

L'exothermité de la réaction engendre les équilibres suivants:



Les deux produits volatils, se retrouvent dans les gaz d'assainissement provoquant des incrustations.

Lors de la concentration de l'acide, les constantes de solubilité de différents composés diminuent. Il s'agit essentiellement du  $\text{Na}_2\text{SiF}_6$  et du  $\text{CaSO}_4$ . Cela a pour conséquence la production de solides qui vont en partie s'incruster sur les parois. Ces incrustations, si elles sont trop importantes, gênent la bonne marche de l'installation. Il faut donc les enlever régulièrement.

## **II-5. Conclusion**

La complexité des phosphates nécessite un contrôle spécifique le long de la chaîne de production à partir de la matière primaire jusqu'au produit fini, d'où la nécessité d'étudier les équipements constituant le procédé.

## **CHAPITRE III**

# **DIMENSIONNEMENT DE L'ECHANGEUR DE CHALEUR ET MODELISATION**

Les équipements qui constituent le procédé de concentration d'acide phosphorique par évaporation sont:

- L'échangeur
- Bouilleur (évaporateur)
- Condenseur et groupe à vide
- Pompe de circulation

Avant de décrire chaque partie sous forme d'équations mathématiques, on fait appel en premier lieu aux phénomènes physico-chimiques mis en jeu dans le procédé: les phénomènes relatifs à la thermodynamique des mélanges à l'interface, la cinétique des transformations chimiques, les transferts de la chaleur, et de matière et l'écoulement de la matière dans les appareils, tout en tenant compte de la qualité, la productivité, la sécurité, la maintenance, l'environnement et la fiabilité.

### **III-1. Dimensions de l'échangeur de la chaleur [8, 9, 10, 11]**

#### **III-1.1 Processus de transferts thermiques**

Il y a transfert de chaleur entre deux points où règnent des températures différentes. Le transfert s'effectue toujours de la température la plus élevée à la température la plus faible. La différence de température est la force motrice du transfert de chaleur.

On distingue trois types de transfert de chaleur:

##### ➤ ***La conduction***

La conduction est la propagation de la chaleur de molécules à molécules (ou d'atomes à atomes ou d'ions à ions) dans un corps ou dans plusieurs corps sans qu'il y ait mouvement de ce milieu.

##### ➤ ***La convection***

La convection est la propagation de la chaleur dans un fluide en mouvement.

La transmission de chaleur s'effectue par l'action combinée de la conduction au sein du fluide et du mouvement du fluide. La conduction intervient donc dans la convection mais le mouvement du fluide entraîne des lois différentes d'un phénomène de conduction sans déplacement de matière.

On parlera de convection forcée quand le mouvement du fluide s'effectue grâce à des forces externes (pompe, ventilateur, agitateur) et de convection naturelle quand le mouvement s'effectue sous l'influence de différences de densités dues à des différences de températures au sein du fluide.

### ➤ **Le rayonnement**

Le rayonnement est l'émission par un corps sonné d'ondes électromagnétiques qui sont les vecteurs de ce transfert de chaleur. Les ondes sont émises dans toutes les directions et appartiennent au domaine de l'infrarouge et du visible. Aucun support matériel n'est nécessaire pour leur propagation.

Dans la pratique, les trois modes de transfert coexistent mais l'un d'entre eux est généralement prépondérant ce qui conduit à des hypothèses simplificatrices.

La fluidité de l'acide est forcée par la pompe de circulation, donc c'est la convection qui favorise l'échange thermique au niveau de l'échangeur.

## **III-1.2 Technologie des échangeurs de chaleur**

### **III-1.2.1. Type d'échangeur**

Dans la littérature, il existe plusieurs types de concentrations sous vide, caractérisés par le modèle de l'échangeur de chaleur. Le plus utilisé est l'échangeur de chaleur à faisceau tubulaire en carbone car il convient pour tous les acides, en fait qu'il est plus ou moins sensible à la corrosion, a une tendance incrustante sévère, mais ne convient pas pour des acides à forte teneur en chlore.

Les échangeurs tubulaires sont constitués de deux parties:

Un faisceau tubulaire de deux à plusieurs centaines de tubes soudés à leur extrémité sur une plaque.

Une calandre (tube cylindrique de gros diamètre) dans laquelle est placé le faisceau tubulaire. Aux extrémités sont fixées les calottes qui servent de collecteur pour le fluide circulant dans les tubes.

Il existe plusieurs solutions pour favoriser le transfert thermique:

- Chicanage de la calandre où on place des cloisonnements sur le trajet du fluide pour éviter qu'il ne suive un chemin préférentiel, la turbulence crée améliore également le transfert.

- Cloisonnement pour la circulation dans les tubes ou dans la calandre: on obtient ainsi des échangeurs multipasses côté tubes ou côté calandre. On augmente ainsi les longueurs de circulation (donc la surface d'échange). Ces échangeurs prennent tout leur intérêt pour des échanges vapeur - liquide. Le coefficient de transfert par convection vapeur-paroi lors d'une condensation est plus élevé que dans le cas d'un transfert liquide-paroi où il n'y a pas de changement de phase. Il ne dépend pas directement de la vitesse de la vapeur: on peut donc faire circuler sans inconvénient la vapeur autour des tubes et bénéficier d'une vitesse élevée du liquide à l'intérieur des tubes.

### **III-1.2.2. Principe de fonctionnement de l'échangeur**

L'échange se fait à contre courant grâce à la bonne efficacité de l'échange.

L'acide (corrosif) doit circuler à l'intérieur des tubes pour éviter le surcoût des matériaux résistant pour les tubes et la calandre, ainsi que la vapeur d'eau à l'extérieur du tube au coté calandre.

Le fluide dans le faisceau des tubes induit des vibrations qui varient en fonction de sa vitesse. A ces vibrations de type mécanique; peuvent se superposer des vibrations acoustiques dues à l'oscillation du fluide dans la calandre. Ces résonances acoustiques sont obtenues par l'excitation correspondant à la fréquence de détachement tourbillonnaire du flux à l'arrière des tubes.

L'échangeur est positionné verticalement pour que le film s'écoulant sur les tubes se rassemble sur la calotte inférieure avant de s'écouler à l'extérieur. Si le débit de vapeur est inférieur à la capacité maximale de condensation de l'échangeur, le liquide se refroidit quand il atteint dans sa descente la zone où toute la vapeur est condensée.

La présence des gaz incondensables dans la vapeur pour ce changement d'état entraîne une diminution du coefficient de convection car ces gaz jouent le rôle d'un isolant en formant une couche limite autour des tubes. D'où la nécessité de conditionner la vapeur d'eau.

### **III-1.2.3. Structure de l'échangeur et Caractéristiques des matériaux et des fluides internes utilisés [10, 12, 13]**

Les échangeurs tubulaires sont construits en acier, en inox, ou en graphite ... Ils sont les plus répandus. Ils présentent néanmoins quelques restrictions d'utilisation.

L'échangeur tubulaire en graphite est le meilleur car il a une grande inertie chimique et une excellente conductivité thermique. En plus il est utile dans le cas des liquides corrosifs qui passent dans des tubes de graphite. Des élargissements sur les tubes créent une turbulence favorable à l'échange thermique.

#### **a) Parties en graphite**

Les tubes sont réalisés à partir de graphite imprégné GRAPHILOR-BS.

Module d'élasticité	$E = 15000$ (MPa)
Masse volumique	$\rho_g = 1800$ (Kg/m <sup>3</sup> )
Coefficient de dilatation	$\alpha_T = 4.10^{-6}$ (m/m/°C)

Les plaques tubulaires en graphite ont le même module d'élasticité que les tubes et pris égal à 15000MPa.

### b) Parties métalliques :

La calandre est constituée d'un acier.

On calcule les valeurs des modules d'élasticité et des coefficients de dilation thermique de la calandre à la température du fluide correspondant au cas d'exploitation de l'échangeur.

En effet, l'appareil étant calorifugé, la température de paroi sera proche de la température de calcul du fluide interne.

c) Fluides internes:

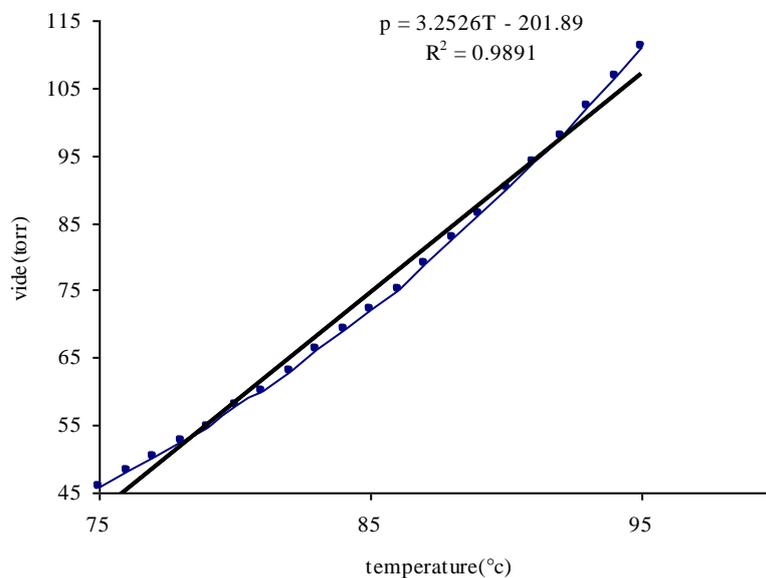
#### ☛ *coté tube*

Les propriétés physiques de l'acide concentré 54% sont :

- La densité environ 1650
- La viscosité: 16 cP

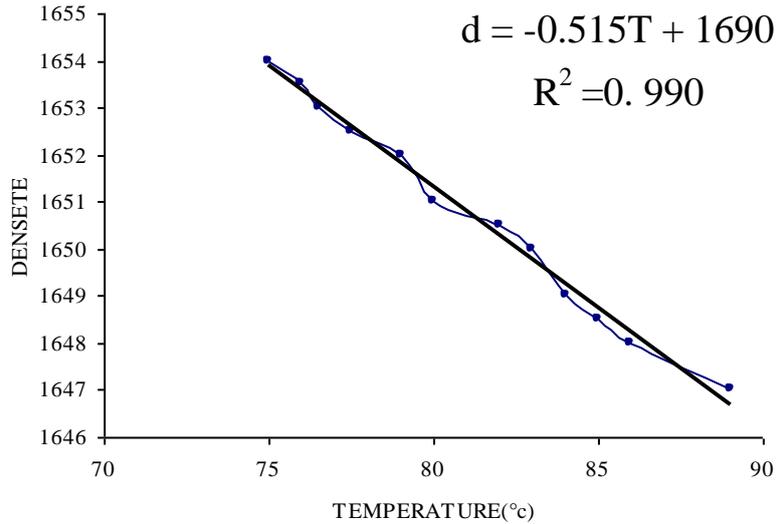
Notant que ces propriétés physiques se varient en fonction de la pression, de la température, des constituants chimiques, des impuretés. ainsi que du taux d'amortissement du procédé.

D'après la simulation de procédé prayon on trouve la relation entre la pression(torr) et la température(°c) représentée comme suit.



**Fig III-1: variation de la pression en fonction de la température**

L'ébullition d'acide phosphorique concentré de titre 54% nous permet de déterminer la relation entre la densité et la température(°c) représentée comme suit.



**Fig III -2: variation de la densité en fonction de la température**

Dans l'intervalle de la température [84°C-89°C] la densité de l'acide phosphorique et le vide défini dans l'évaporateur varie linéairement(Fig.2-Fig.3) nous favorise de linéariser le modèle par la suite.

☛ **Côté calendrier**

Les propriétés physiques de la vapeur d'eau.

Le tableau de Koch à proprement parler, a pour objectif de permettre de tracer les courbes des paramètres caractéristiques qui seront utilisés dans notre modèle.

Tableau III-1 : *Tableau de Koch*

P(bar)	T(°C)	Masse Volumique (Kg/m <sup>3</sup> )	H(Kcal/kg)	r (Kcal/kg)
1.3	106.56	0.74	641.2	534.5
1.4	108.74	0.79	642	533.1
1.5	110.79	0.85	642.8	531.9
1.6	114.73	0.9	643.5	530.6
1.8	116.33	1	644.7	528.2
2	119.62	1.11	645.8	525.9
2.2	122.65	1.21	646.8	523.9
2.4	125.46	1.32	647.8	522
2.5	126.79	1.37	648.3	521.1
2.6	128.08	1.42	648.7	520.2
2.8	130.55	1.52	649.5	518.5

P: pression absolue en (bar)

T: température d'ébullition sous la pression P (°C)

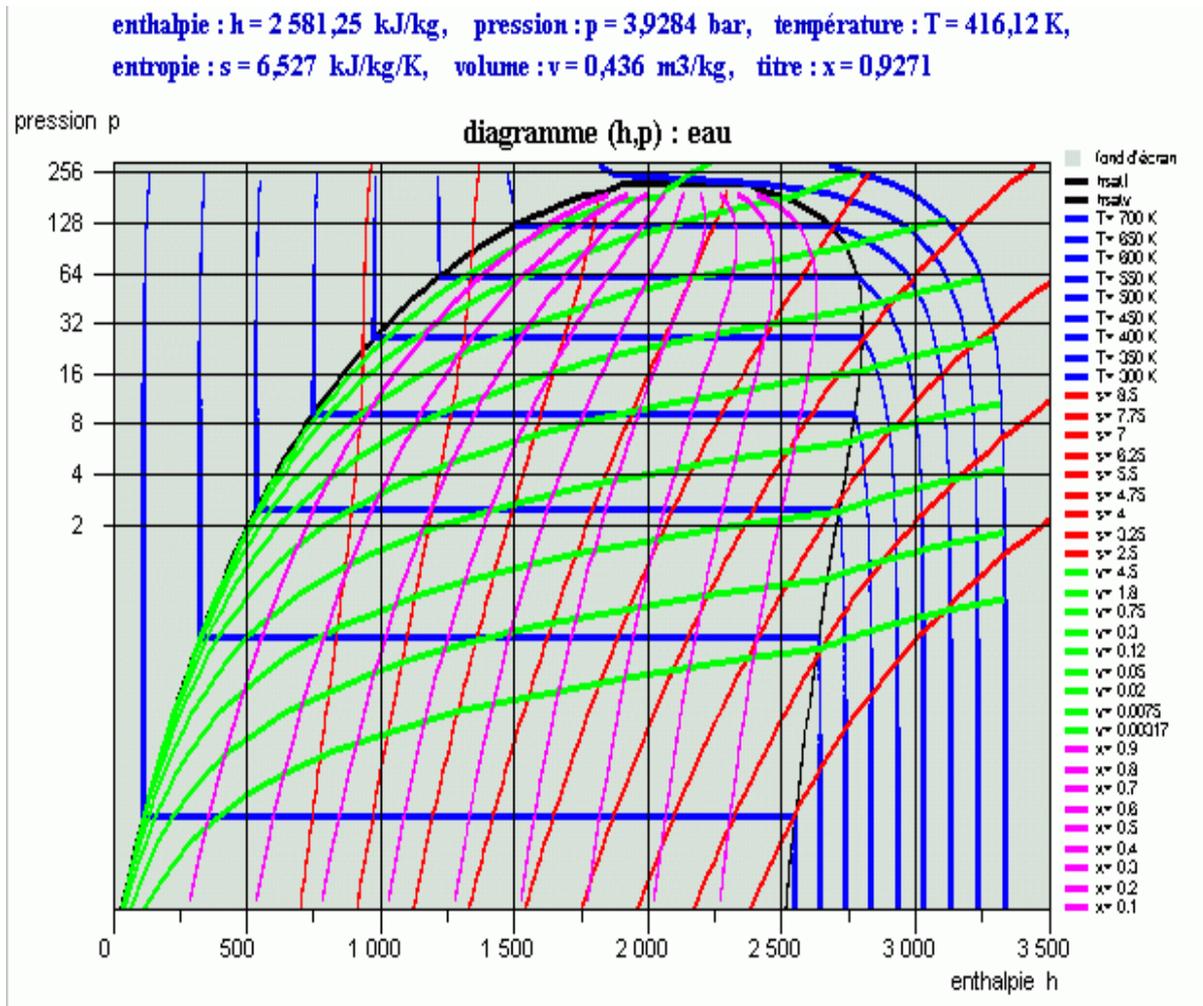
H: enthalpie de la vapeur saturée en Kcal /kg

r: chaleur latente de vaporisation en Kcal / kg

Formule de Duperray (pression absolue)

$$P = 0.98 (T/100)^4 \quad \text{pour } P < 16 \text{ bar}$$

Le diagramme enthalpie-pression (Fig.4) représenté ci-dessous et par les jeux de couleur nous permet de distinguer les différentes courbes représentées, la lecture de ces derniers est en effet toujours délicate. Chaque point sur une courbe nous permet de déterminer un état thermodynamique complet d'un fluide, et facilite ainsi l'obtention des valeurs désirée de la vapeur d'eau à savoir l'enthalpie, la pression, la température, entropie, la densité, volume massique et le titre .



**Fig III-3: Diagramme de MOLLIER donnant la variation de la pression en fonction de l'enthalpie**

### III-1.2.4. Surface d'échange

L'objectif de la recherche d'une structure optimale est de trouver la structure de l'échangeur de chaleur où les coûts d'investissement et de fonctionnement sont minimaux, cette structure étant définie par : la hauteur (L), le diamètre intérieur des tubes ( $d_i$ ), l'épaisseur des tubes ( $x = R_e - R_i$ ), la distance intertubulaire (P : Le pas) et la surface d'échange globale ( $A = 2n\pi R_i L$ ).

n: étant le nombre des tubes.

D'après la conduite du procédé concentration d'acide phosphorique par évaporation, on constate que la vibration a un effet néfaste sur la structure de l'échangeur, cette vibration est due à l'encrassement des tubes; donc à la diminution du diamètre interne. De plus on constate une perte de chaleur à cause du mauvais échange entre le fluide chaud (vapeur d'eau) et le fluide froid (acide fort).

Pour éviter les vibrations, favoriser un bon échange thermique et augmenter la productivité; il faut augmenter le diamètre intérieur en gardant sensiblement les autres paramètres constants, sans perdre de vue que le coût de l'échangeur est proportionnel à la surface d'échange.

Pour que les caractéristiques des matériaux et des fluides restent sensiblement invariantes, on prend:  $X = P_i/d_e = \text{constante}$ ,  $P_i$  (Pas intertubulaire) et  $d_e$  (diamètre extérieur).

Les positions des tubes sont représentés de telle sorte que le coût de l'échangeur soit proportionnel à la surface d'échange.

Soit R le rayon de la vapeur entourée par un seul tube.

$$P_t^2 + 4P_i^2 (4R)^2 = 16R^2$$

$$P_t = 57.80 \text{ mm}$$

$$P_i = 50.06 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow R = 29 \text{ mm}$$

Dans l'échangeur PRAYON.

$$R_i = 19 \text{ mm}; \quad R_e = 25.5 \text{ mm} \quad \text{et} \quad R = 29 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow R - R_e = 3.5 \text{ mm} \Rightarrow P = 7 \text{ mm}$$

$$d_e = 51 \text{ mm}$$

$$X = 0.137254902$$

Si on augmente le diamètre intérieur des tubes par 6mm.

$$R_i = 22 \text{ mm}, \quad R_e = 28.5 \text{ mm} \quad \text{et} \quad d_e = 57 \text{ mm}$$

$$X = P_i/d_e \quad P_i = d * X = 7.823529414 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow R = 32.41176471 \text{ mm}$$

- $R = 32.5 \text{ mm}$

- $d_c = 2kR \Rightarrow k = 29$

- \*  $L = 6920 \text{ mm}$

- \*  $n = 649 \text{ tubes}$

- \*  $A = 2\pi n R_i L = 620487612.8 \text{ mm}^2 \quad \Leftrightarrow \quad A = 620.5 \text{ m}^2$

On va étudier un tube après on appliquera la méthode de superposition sur le volume de l'échangeur (loi de Fourier).

### III-2. Le flux de la chaleur[12]

Soit  $q_T^{ac}$  : débit massique de l'acide qui correspond au flux de la chaleur.

$$\Phi_T^{ac} = \frac{q_T^{ac}}{\theta}$$

$q_T^{ve}$  : débit massique de la vapeur d'eau qui correspond au flux de la chaleur.

$$\Phi_T^{ve} = \frac{q_T^{ve}}{\theta}$$

$I_C$ : L'enthalpie massique de la condensation du fluide chaud (vapeur) à la Température  $\theta_c$ .

Le bilan de flux s'écrit:

$$\Phi_T^{ac} = \Phi_T^{ve} - \Phi_{pertes}$$

Avec:  $\Phi_{pertes}$  : Flux perdu

Or, l'échangeur est calorifugé  $\Rightarrow \Phi_{pertes}=0$

Avec:  $\Phi_T^{ac} = \Phi_T^{ve} = KA\Delta T_m$

A: surface d'échange global.

On prend:  $\theta_c = T_C^f$

$$\Delta T_m = \frac{DT - Dt}{\ln \frac{DT}{Dt}} \quad \text{Avec : } DT = T_c^i - T_f^i \quad \text{et} \quad Dt = T_c^f - T_f^f$$

$$q_T^{ve} I_C(T_C^f) + q_T^{ve} c_p^{ve}(T - T_C^f) = -q_T^{ac} c_p^{ac}(T_f^i - t) = KA\Delta T_m$$

$$q_T^{ac} = [F^{ac}] * \rho^{ac} \quad q_T^{ac} : \text{débit de la pompe de circulation}$$

#### III-2.1. Evaluation du flux de chaleur dans les conditions de production

La chaleur massique de vaporisation:

$$\lambda_m = 606.5 + 0.305DT$$

$$\lambda_m = 606.5 + 0.305(T_S - \Theta_c) \quad \text{avec: } \lambda_m \text{ en Kcal/kg et } T \text{ en } ^\circ\text{C}$$

$$\lambda_m = 606.5 + 0.305(T_S - T_c^f)$$

La chaleur massique de surchauffe:  $Q_S$

$$Q_S = c_p^{ve} \int_{T_S}^{T_c^i} dT = c_p^{ve} (T_c^i - T_S)$$

$T_S$ : Température de saturation en  $^\circ\text{C}$

$T_c^f = \Theta_c$ : Température de condensation en  $^\circ\text{C}$

$T_c^i$ : Température entrée échangeur en  $^\circ\text{C}$

$$\Phi_T^{ve} = m_{ve} \frac{\lambda + Q_S}{\theta} = \frac{m_{ve}}{\theta} (\lambda_m + Q_S)$$

$$\Phi_T^{ve} = q_T^{ve} (\lambda + Q_S) \quad \text{avec: } q_T^{ve} \text{ est le débit massique de la vapeur.}$$

Pour la vapeur d'eau on peut confondre la chaleur totale et l'enthalpie.

Soit  $H$  l'enthalpie de la vapeur en Kcal/kg

$$643.5 < H < 649.5$$

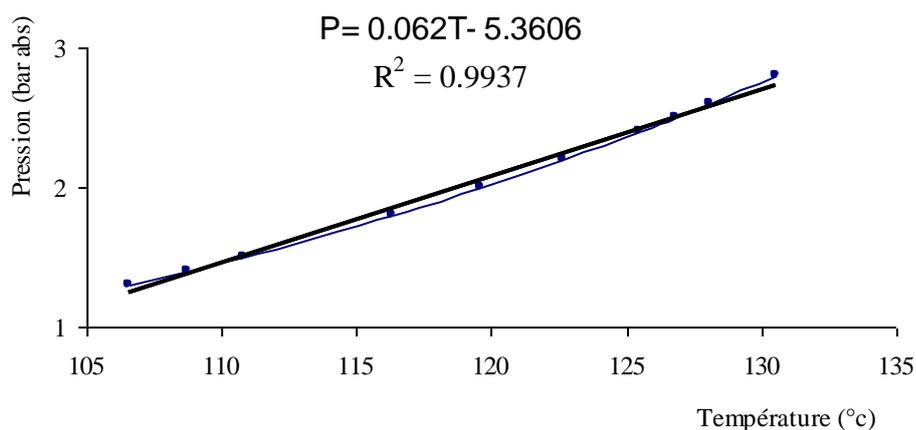
$$106.56 < T < 130.55$$

$$1.3 < P < 2.8$$

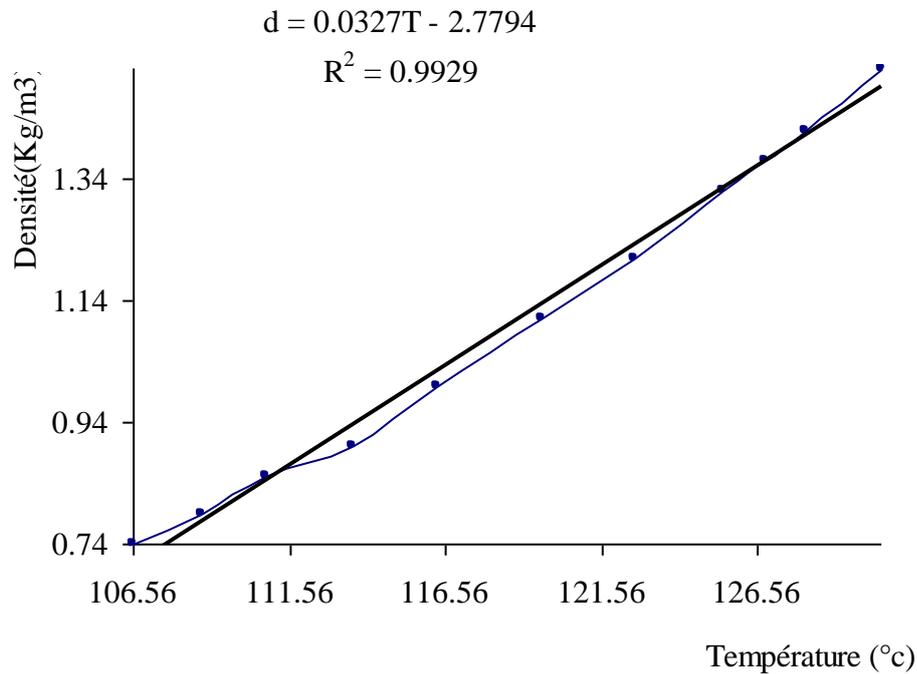
Formule de Duperray (pression absolue)

$$P = 0.98 \left( \frac{T}{100} \right)^4$$

D'après le tableau théorique (Tableau de Koch) où la formule de Duperray on détermine la zone de la marche normale au cours de la production.



**Fig III-4: variation de la pression vapeur d'eau avec la température**



**Fig III-5: variation de la densité vapeur d'eau avec la température**

Dans l'intervalle de la température [110°C-130°C] la densité et la pression de la vapeur d'eau varient approximativement d'une façon linéaire avec un coefficient de détermination d'ordre 1.

Applications numériques:

$$q_T^{ve} = 35000 \text{ Kg} / \text{h}$$

$$c_p^{ve} = 0.6 \text{ Kcal} / \text{h}$$

$$c_p^{ac} = 0.603 \text{ Kcal} / ^\circ\text{ckg}$$

$$\lambda_m = H' = 645 \text{ Kcal} / \text{kg}$$

$$Q_s = c_p^{ve} (T_c^i - T_s) = 0.6 * 20 = 12 \text{ Kcal} / \text{kg}$$

$$\Phi_T^{ve} = (\lambda + Q_s) q_T^{ve}$$

Soient:  $T_f^i = 84^\circ\text{c}$                        $T_f^i = 89^\circ\text{c}$

$T_c^i = 130^\circ\text{c}$                        $T_c^f = 110^\circ\text{c}$

$$\Delta T_m = \frac{DT - Dt}{\ln \frac{DT}{Dt}}$$

$DT = 46^\circ\text{c}$

$Dt = 21^\circ\text{c}$

$\Delta T_m = 33.434^\circ\text{c}$

$$\Phi_T^{ac} = \Phi_T^{ve} = KA\Delta T_m$$

$$657 * 35000 = q_T^{ac} c_p^{ac} D'T = KA\Delta T_m$$

$$\Phi_T^{ve} = 22995000 \text{ Kcal} / \text{m}^2 \text{h}$$

$$22995000 = q_T^{ac} * 0.603 * 5 = 33.434KA$$

$$22995000 = 3.015q_T^{ac} = 33.434KA$$

$$D'T = T_f^f - T_f^i$$

On note par la suite  $\Phi_T^{ac} = \Phi_T^{ve} = \Phi$

$$KA = 687772.9258$$

$$q_T^{ac} = 687772.9258 \text{ Kg} / \text{h}$$

$$\rho^{ac} = 1627 \text{ Kg/m}^3$$

$$q_V^{ac} = 4687.686338 \text{ m}^3 / \text{h}$$

$$q_T^{ac} = \rho^{ac} n * \pi * R_i^2 V_m$$

Le flux de la chaleur est permanent:

$$\Phi_T^{ac} = \Phi_T^{ve} = KA\Delta T_m$$

$$\Phi_T^{ve} = kns\Delta T_m = KA\Delta T_m$$

$$\frac{\Phi_T^{ve}}{ns} = k\Delta T_m$$

$$\frac{\Phi_T^{ve}}{A} = k\Delta T_m$$

K: Coefficient globale de transmission

k : Coefficient globale d'un tube

Le flux est constant (permanent) le long de l'échange (K = k)

### III-2.2. Evaluation du coefficient de conduction( $\lambda$ ) de graphite dans les condition de travail

Soit le flux de la chaleur entre l'extérieur de la vapeur et l'extérieur du tube :

$$\Phi = h_e 2\pi R_e L (t_e - \theta_e)$$

$$L = 6920 \text{ mm}$$

Soit  $\frac{\Phi}{2\Delta T \pi L} = R_e h_e$

Soit:  $\frac{\Phi}{2\Delta T \pi h_e L} = R_e$

Le flux de la chaleur entre les parois interne et externe du tube de rayon  $R_1$ .

$$\Phi = \frac{\lambda 2\pi L}{\ln \frac{R_e}{R_i}} (\theta_e - \theta_i)$$

$$\text{AN: } \theta_e = \frac{T_C^i + T_C^f}{2} = 120^\circ\text{C} \quad \Rightarrow \theta_e - \theta_i = 33.5^\circ\text{C}$$

$$\theta_i = \frac{T_f^i + T_f^f}{2} = 85^\circ\text{C}$$

$$\frac{\Phi}{\theta_e - \theta_i} = \frac{\lambda 2\pi L}{\ln \frac{R_e}{R_i}}$$

$\lambda$  dépend de  $\Phi$ ,  $\Delta\theta$ ,  $L$  et  $\ln \frac{R_e}{R_i}$

Pour une valeur moyenne de  $\lambda$  on'a:

$$\frac{\lambda L}{\ln \frac{R_e}{R_i}} = 109302.215$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda L}{109302.215} = \ln \frac{R_e}{R_i}$$

$\lambda = 4088.75 \text{ kcal/mh}^\circ\text{C}$
---

### III-2.3. Evaluation du coefficient globale de transmission moyenne ( $K_m$ )

#### dans les condition de travail

Le flux de la chaleur entre la paroi interne et le milieu du tube de rayon  $R_1$ .

$$\Phi = h_i 2\pi R_i (\theta_i - t_i)$$

$$\frac{\Phi}{2\pi(\theta_i - t_i)} = h_i R_i$$

Le flux de la chaleur est permanent.

$$\Phi = h_e 2\pi R_e L (t_e - \theta_e) = \frac{\lambda 2\pi L}{\ln \frac{R_e}{R_i}} (\theta_e - \theta_i) = h_i 2\pi R_i (\theta_i - t_i)$$

On multiplie par  $\frac{R_e}{R_e} = 1$

$$\Rightarrow \Phi = \frac{2\pi L R_e}{\frac{R_e}{h_i R_i} + \frac{R_e}{\lambda} \ln \frac{R_e}{R_i} + \frac{1}{h_e}} (t_e - t_i) = K_e A_e (t_e - t_i)$$

On multiplie par  $\frac{R_i}{R_i} = 1$

$$\Phi = \frac{2\pi LR_i}{\frac{R_i}{h_e R_e} + \frac{R_e}{\lambda} \ln \frac{R_e}{R_i} + \frac{1}{h_i}} (t_e - t_i) = K_i A_i (t_e - t_i)$$

$$\Rightarrow K_e A_e = k_i A_i$$

$$t_e = \frac{t_c^i + t_c^f}{2} = 120^\circ C$$

$$t_i = \frac{t_f^f + t_f^i}{2} = 86.5^\circ C$$

$$\Rightarrow t_e - t_i = 33.5^\circ C$$

$$\Rightarrow K_e A_e = K_i A_i = 687772.9258 \text{ (Kcal}\cdot\text{m/h}\cdot^\circ\text{C)}$$

$$A_i = 2\pi \cdot n \cdot R_i L$$

$$A_i = 620.5 \text{ m}^2 \quad A_e = 803.83 \text{ m}^2 \quad A_m = \frac{A_i + A_e}{2} \quad A_m = 712.165 \text{ m}^2$$

$$K_i = 1108.42 \text{ Kcal/m}\cdot\text{h}\cdot^\circ\text{C} \quad K_e = 855.62 \text{ Kcal/m}\cdot\text{h}\cdot^\circ\text{C} \quad K_m = \frac{K_i + K_e}{2}$$

$$K_m = 982.02 \text{ Kcal/m}\cdot\text{h}\cdot^\circ\text{C}$$

Le coefficient global de transmission diminue le long de la surface d'échange.

### III-3/ Etude de la dépendance entre K, A et ΔT le long du tube en graphite

#### III-3.1/ Le Flux De La Chaleur

Soit  $q_T^{ac}$  : débit massique de fluide froid (l'acide) qui correspond au flux de la chaleur.

$$\Phi_T^{ac} = \frac{q_T^{ac}}{\theta}$$

$q_T^{ve}$  : débit massique de fluide chaud ( la vapeur d'eau) qui correspond au flux de la chaleur.

$$\Phi_T^{ve} = \frac{q_T^{ve}}{\theta}$$

$I_c$ : L'enthalpie massique de la condensation du fluide chaud (la vapeur d'eau) à la Température  $\theta_c$ .

Le bilan de flux s'écrit:

$$\Phi_T^{ac} = \Phi_T^{ve} - \Phi_{pertes}$$

Avec:  $\Phi_{pertes}$  : Flux perdu

Or, l'échangeur est calorifugé  $\Rightarrow \Phi_{pertes} = 0$

$$\text{Avec: } \Phi_T^{ac} = \Phi_T^{ve} = KA\Delta T_m$$

$A$ : surface d'échange global.

$$\text{On prend: } \theta_c = T_c^f$$

$$\Delta T_m = \frac{DT - Dt}{\ln \frac{DT}{Dt}} \quad \text{Avec : } DT = T_c^i - T_f^i \quad \text{et} \quad Dt = T_c^f - T_f^f$$

$$q_T^{ve} I_C(T_c^f) + q_T^{ve} c_p^{ve}(T - T_c^f) = -q_T^{ac} c_p^{ac}(T_f^i - t) = KA\Delta T_m$$

### ▪ Bilan Thermique

Le bilan thermique d'un échangeur de chaleur où la circulation se fait sans être en contact entre le fluide froid (acide phosphorique) et le fluide chaud à l'état de vapeur à l'entrée et à l'état de liquide refroidi à la sortie. Le fluide chaud subit donc un changement d'état (condensation). On définit le système comme étant constitué du fluide froid et du fluide chaud dans leur traversée de l'échangeur.

Les fluides froid et chaud sont respectivement définis par les grandeurs suivantes: débits massiques ( $q_T^{ac}$  et  $q_T^{ve}$ ), chaleurs massiques moyennes ( $c_p^{ac}$  et  $c_p^{ve}$ ) et températures d'entrée ( $T_f^i$  et  $T_c^f$ ) et de sortie  $T_f^f$  et  $T_c^f$ .  $I_c$  est l'enthalpie massique de condensation du fluide chaud à la température  $\theta_0 = T_c^f$ .

On doit définir les flux de chaleur qui correspondent à des gains ou pertes d'énergie par unité de temps pour un fluide et sont donc des puissances thermiques exprimées en  $\text{kcal.h}^{-1}$ . Dans le cas le plus général le flux de chaleur s'écrit comme la somme d'un terme dû à une variation de température et d'un terme dû à un changement d'état.

On écrit pour chaque fluide  $\Phi_T^{ac}$  et  $\Phi_T^{ve}$  les flux de chaleur respectivement perdu par le fluide chaud et gagné par le fluide froid:

$$\Phi_T^{ve} = q_T^{ve} I_C(T_c^f) + q_T^{ve} c_p^{ve}(T - T_c^f) \quad \text{et} \quad \Phi_T^{ac} = -q_T^{ac} c_p^{ac}(T_f^i - t)$$

Par application du principe de la conservation de l'énergie on écrit donc le bilan suivant:

$$\Phi_T^{ac} + \Phi_T^{ve} = \Phi_{pertes}$$

Donc dans le cas où les pertes sont nulles ou négligeables, la somme des flux des différents fluides est nulle.

On a:

$$q_T^{ve} I_C(T_c^f) + q_T^{ve} c_p^{ve}(T - T_c^f) = -q_T^{ac} c_p^{ac}(T_f^i - t) = KA\Delta T_m \quad (1)$$

$$\Delta T_m = F \Delta T$$

Donc

$$q_T^{ve} I_C(T_C^f) + q_T^{ve} c_p^{ve} (T - T_C^f) = -q_T^{ac} c_p^{ac} (T_f^i - t) = FKA \Delta T$$

$F$ : Facteur correctif de  $\Delta T_m$  nous permet de positionner avec précision les chicanes et/ou les cloisonnements de l'échangeur qui ont pour but d'augmenter la turbulence et par conséquent de favoriser un bon échange

$K$ : Le coefficient de transmission global moyen pour l'ensemble de la surface

$A$ : surface d'échange totale

Puisque  $T$  et  $t$  varient aussi tant que le long de la surface du tube

On ne peut écrire que:

$$\frac{dQ_T}{\tau} = d[FKA(T - t)] \quad (2)$$

$\tau$ : Temps qui correspond à une quantité de chaleur  $\partial Q$  traversant l'échangeur.

On simule l'étude de l'échangeur à un seul tube

L'équation (1) devient :

$$q^{ve} I_C(T_C^f) + q^{ve} c_p^{ve} (T - T_C^f) = -q^{ac} c_p^{ac} (T_f^i - t) = FKS \Delta T \quad (3)$$

L'équation(2) devient:

$$\frac{dQ}{\tau} = d[FKS(T - t)] \quad (4)$$

En différentiant l'équation (3)

$$q^{ve} c_p^{ve} dT = q^{ac} c_p^{ac} dt = d[FKS(T - t)]$$

$$q^{ve} c_p^{ve} dT = q^{ac} c_p^{ac} dt = FKSd(T - t) + F(T - t)KdS + F(T - t)SdK$$

$$\frac{dT}{\frac{1}{q^{ve} c_p^{ve}}} = \frac{dt}{\frac{1}{q^{ac} c_p^{ac}}} = FKSd(T - t) + F(T - t)KdS + F(T - t)SdK$$

$$\Leftrightarrow \frac{dT}{\frac{F}{q^{ve} c_p^{ve}}} = \frac{dt}{\frac{F}{q^{ac} c_p^{ac}}} = KSd(T - t) + (T - t)KdS + (T - t)SdK$$

$$\Leftrightarrow \frac{d(T - t)}{\frac{F}{q^{ve} c_p^{ve}} - \frac{F}{q^{ac} c_p^{ac}}} = KS(T - t) + (T - t)KdS + (T - t)SdK$$

$$\text{Soit } m = \frac{F}{q^{ve} c_p^{ve}} - \frac{F}{q^{ac} c_p^{ac}} \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1 - KSm}{m} d(T - t) = (T - t)KdS + (T - t)SdK$$

$$\Leftrightarrow \frac{1 - KSm}{m} \frac{d(T - t)}{(T - t)} = KdS + SdK$$

$$\Leftrightarrow \frac{d(T - t)}{(T - t)} = \frac{md(KS)}{1 - KSm}$$

$$\Leftrightarrow \frac{d(T - t)}{(T - t)} = -\frac{d(-mKS)}{1 - KSm}$$

$$\Leftrightarrow \int_{T_c^f - T_f^i}^{T - t} \frac{d(T - t)}{(T - t)} = -\int_0^{KS} \frac{d(-mKS)}{1 - KSm}$$

$$\Leftrightarrow \text{Ln} \frac{T - t}{T_c^f - T_f^i} = -\text{Ln}(1 - mKS)$$

$$\Leftrightarrow \text{Ln} \frac{T - t}{T_c^f - T_f^i} = -\text{Ln}(1 - mKS)$$

$$\Leftrightarrow \frac{T - t}{T_c^f - T_f^i} = \frac{1}{1 - mKS}$$

$$\Leftrightarrow \Delta T = T - t = \frac{T_c^f - T_f^i}{1 - mKS}$$

$$\Leftrightarrow KS = \frac{1}{m} - \frac{1}{m} * \frac{T_c^f - T_f^i}{\Delta T} \quad (6)$$

$$(5) \text{ et } (6) \Rightarrow \Leftrightarrow KS = \frac{1}{\frac{F}{q^{ve} c_p^{ve}} - \frac{F}{q^{ac} c_p^{ac}}} - \frac{1}{\frac{F}{q^{ve} c_p^{ve}} - \frac{F}{q^{ac} c_p^{ac}}} * \frac{T_c^f - T_f^i}{\Delta T} \quad (7)$$

$$KS = \frac{1}{\frac{F}{\rho^{ve} q_V^{ve} c_p^{ve}} - \frac{F}{\rho^{ac} q_V^{ac} c_p^{ac}}} - \frac{1}{\frac{F}{\rho^{ve} q_V^{ve} c_p^{ve}} - \frac{F}{\rho^{ac} q_V^{ac} c_p^{ac}}} * \frac{T_c^f - T_f^i}{\Delta T}$$

Si on considère l'échangeur comme ensemble

$K$  : reste le même puisque le flux est permanent.

$S$  : sera multiplier par  $n$  ainsi que  $q_V^{ac}$  et  $q_V^{ve}$

$m$  : paramètre liant les propriétés thermophysiques de fluide chaud et fluide froid

### III-3.2/ Cas Générale

Le dimensionnement d'un échangeur est lié aux propriétés thermophysiques des fluides chaud, froid et des matériaux de construction.

En effet ;

$$KS = \frac{1}{\frac{F}{q^{ve} c_p^{ve}} - \frac{1}{\frac{F}{q^{ac} c_p^{ac}}}} - \frac{1}{\frac{F}{q^{ve} c_p^{ve}} - \frac{1}{\frac{F}{q^{ac} c_p^{ac}}}} * \frac{T_c^f - T_f^i}{\Delta T}$$

$$KS = \frac{1}{m} - \frac{1}{m} * \frac{T_c^f - T_f^i}{\Delta T} = \frac{1}{m} - \frac{1}{m} * \frac{n}{\Delta T}$$

$$\frac{T_c^f - T_f^i}{\Delta T} = 0 \Leftrightarrow T_c^f - T_f^i = 0 \Leftrightarrow T_c^f = T_f^i$$

$T_c^f = T_f^i$  : correspond à l'état d'échange idéal.

$$\frac{T_c^f - T_f^i}{\Delta T} = 1 \Leftrightarrow T_c^f - T_f^i = \Delta T : \text{correspond à l'état d'encrassement critique}$$

#### ☛ études

$$KS = \frac{1}{m} - \frac{1}{m} * \frac{n}{\Delta T}$$

#### ☛ 1ere partie : Etudions la fonction m

L'échange ne peut se faire que pour :

$$q^{ve} c_p^{ve} (T_c^f - T_c^i) \geq q^{ac} c_p^{ac} (T_f^f - T_f^i)$$

$$\frac{q^{ve} c_p^{ve}}{q^{ac} c_p^{ac}} \geq \frac{T_f^f - T_f^i}{T_c^i - T_c^f}$$

$$\left. \begin{array}{l} 0 < \frac{F}{q^{ve} C_p^{ve}} < 1 \\ 0 < \frac{F}{q^{ac} C_p^{ac}} < 1 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 0 < \frac{F}{q^{ve} C_p^{ve}} < 1 \\ -1 < \frac{F}{q^{ac} C_p^{ac}} < 0 \end{array} \right.$$

$$-1 < \frac{F}{q^{ve} C_p^{ve}} - \frac{F}{q^{ac} C_p^{ac}} < 1 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 1$$

$$-1 \leq F(\alpha - \beta) \leq 1$$

$$\text{Avec } \begin{cases} \alpha = \frac{1}{q^{ve} c_p^{ve}} ; \beta = \frac{1}{q^{ac} c_p^{ac}} \\ 0 < \frac{\alpha}{\beta} \leq 1 \end{cases}$$

$$\text{Traçons : } f(\alpha, \beta, m) = 0$$

$$\text{avec } \begin{cases} 0.98 \leq F \leq 1 \\ 0 < \alpha < 1 \\ 0 < \beta \leq 1 \\ 0 \leq \frac{\alpha}{\beta} \leq 1 \\ -1 < m < 1 \end{cases}$$

$$G = \frac{T_f^f - T_f^i}{T_c^i - T_f^i}$$

$$\frac{q^{ve} c_p^{ve}}{q^{ac} c_p^{ac}} = \frac{T_f^f - T_f^i}{T_c^i - T_c^f} = \frac{T_f^f - T_f^i}{T_c^i - T_f^i} * \frac{T_c^i - T_f^i}{T_c^i - T_c^f} = G * \frac{T_c^i - T_f^i}{T_c^i - T_c^f} = G * \frac{T_c^i - T_c^f + T_c^f - T_f^i}{T_c^i - T_c^f}$$

$$\frac{q^{ve} c_p^{ve}}{q^{ac} c_p^{ac}} = G \left( 1 + \frac{n}{T_c^i - T_c^f} \right)$$

$$m = F \left( \frac{1}{q^{ve} c_p^{ve}} - \frac{1}{q^{ac} c_p^{ac}} \right)$$

$$m = FU_1(q^{ve}, c_p^{ac}) - FV_1(q^{ac}, c_p^{ac})$$

$$\text{Avec } \begin{cases} \alpha = U_1(q^{ve}, c_p^{ve}) = \frac{1}{q^{ve} c_p^{ve}} \\ \beta = V_1(q^{ac}, c_p^{ac}) = \frac{1}{q^{ac} c_p^{ac}} \end{cases}$$

### ◀ 2eme partie : études KS

$$KS = \frac{1}{m} - \frac{1}{m} * \frac{n}{\Delta T}$$

$$\text{Soit } X = \frac{n}{\Delta T}$$

$$n = T_c^f - T_f^i : \text{écart de la température au temps } \tau = 0$$

$\Delta T = T - t$  : écart de la température au temps  $\tau$

$$0 \leq X \leq 1$$

$$KS > 0$$

$$-1 \leq m \leq 1$$

$$KS = \frac{1}{m}(1 - X)$$

☛ **Traçons** :  $f(X, m, KS) = 0$

$$\left\{ \begin{array}{l} KS = \frac{1}{m} - \frac{1}{m} * \frac{T_c^f - T_f^i}{\Delta T} \\ KS = \frac{1}{\frac{1}{h_i S_i} + \frac{1}{2\pi\lambda L} \ln \frac{S_e}{S_i} + \frac{1}{h_e S_e}} \end{array} \right.$$

$$KS = K_i S_i = K_e S_e$$

$$\left\{ \begin{array}{l} K_i S_i = \frac{1}{m} - \frac{1}{m} * \frac{T_c^f - T_f^i}{\Delta T} \\ K_i S_i = \frac{1}{\frac{1}{h_i S_i} + \frac{1}{2\pi\lambda L} \ln \frac{S_e}{S_i} + \frac{1}{h_e S_e}} \end{array} \right.$$

$$\text{avec } n = T_c^f - T_f^i$$

Soit la fonction(1)

$$K_i = \frac{1}{2\pi L R_i m} - \frac{1}{2\pi L R_i m} * \frac{n}{\Delta T} = \frac{1}{m S_i} - \frac{1}{m S_i} * \frac{n}{\Delta T}$$

$$K_i = U_2(S_i, m) - U(S_i, m) * V_2(n, \Delta T)$$

$$\text{Avec } U_2(S_i, m) = \frac{1}{m S_i} ; V_2(n, \Delta T) = \frac{n}{\Delta T}$$

### III-3.3/ Application : Concentration D'acide Phosphorique

Nous nous focalisons notre étude d'application à l'échangeur de la chaleur tubulaire de la concentration d'acide phosphorique.

Dans le cas d'un échangeur de la chaleur tubulaire, destiné pour la production d'une quantité d'acide phosphorique.

L'équation (7) s'écrit comme suit :

$$KS = \frac{1}{\frac{F}{q^v c_p^v} - \frac{F}{q^a c_p^a}} - \frac{1}{\frac{F}{q^v c_p^v} - \frac{F}{q^a c_p^a}} * \frac{T_c^f - T_f^i}{\Delta T}$$

$$KS = \frac{1}{m} - \frac{1}{m} * \frac{n}{\Delta T} \quad \text{avec} \quad m = \frac{F}{q^{ve} c_p^{ve}} - \frac{F}{q^{ac} c_p^{ac}} \quad \text{et} \quad n = T_c^f - T_f^i$$

NB :  $T_c^f - T_f^i$  cet écart est un cas particulier de  $\Delta T$ .

### données expérimentales

Acide concentré	Dimensions
$20 \leq q_v^{ac} \leq 30$	$m^3 / h$
$1567 \leq \rho^{ac} \leq 1631$	$Kg / m^3$
$31340 \leq q_m^{ac} \leq 48930$	$Kg / h$
$2.46 \leq P^{ac} \leq 48.93$	barabs
$0.4000 \leq C_p^{ac} \leq 1.000$	$Kcal / ^\circ c * Kg$
$12536 \leq q_m^{ac} C_p^{ac} \leq 48930$	$Kcal / ^\circ c * h$
$7.977026165 * 10^{-5} \leq \frac{1}{q_m^{ac} C_p^{ac}} \leq 2.043735949 * 10^{-5}$	$h^\circ c / Kcal$

▪ Pour la vapeur basse pression

$$120 \leq T \leq 140$$

$$2.0 \leq P^{ve} \leq 3.6$$

$$0.3 \leq C_p^{ve} \leq 0.9$$

On'a :

$$\frac{q^{ve} c_p^{ve}}{q^{ac} c_p^{ac}} = \frac{T_f^f - T_f^i}{T_c^i - T_c^f} = \frac{T_f^f - T_f^i}{T_c^i - T_f^i} * \frac{T_c^i - T_f^i}{T_c^i - T_c^f} = G * \frac{T_c^i - T_f^i}{T_c^i - T_c^f} = G * \frac{T_c^i - T_c^f + T_c^f - T_f^i}{T_c^i - T_c^f}$$

$$\frac{q^{ve} c_p^{ve}}{q^{ac} c_p^{ac}} = G \left( 1 + \frac{n}{T_c^i - T_c^f} \right) = G \left( 1 + \frac{T_c^f - T_f^i}{T_c^i - T_c^f} \right)$$

$$q^{ve} = q^{ac} \frac{c_p^{ac}}{c_p^{ve}} G \left( 1 + \frac{n}{T_c^i - T_c^f} \right)$$

$$80^\circ c \leq T_f^i \leq 84^\circ c$$

$$85^\circ c \leq T_f^f \leq 89^\circ c$$

$$130 \leq T_c^i \leq 140$$

$$41 \leq T_c^i - T_f^f \leq 55$$

$$G = \frac{T_f^f - T_f^i}{T_c^i - T_f^i}$$

$$2.5 \leq T_f^f - T_f^i \leq 5$$

$$46 \leq T_c^i - T_f^i \leq 60$$

$$0.0425 \leq G \leq 0.11$$

$$\text{On 'a : } 0 \leq \frac{T_c^f - T_f^i}{\Delta T} \leq 1$$

$$\text{Pour } T_c^f - T_f^i = T_c^i - T_f^f$$

$$41 \leq T_c^i - T_f^f \leq 55$$

$$41 \leq T_c^f - T_f^i \leq 55$$

$$41 + T_f^i \leq T_c^f \leq 55 + T_f^i$$

$$\left. \begin{array}{l} 130 \leq T_c^i \leq 140 \\ 121 \leq T_c^f \leq 139 \end{array} \right\} \Rightarrow 121 \leq T_c^f \leq 130$$

$$80^\circ\text{C} \leq T_f^i \leq 84^\circ\text{C}$$

$$85^\circ\text{C} \leq T_f^f \leq 89^\circ\text{C}$$

$$130 \leq T_c^i \leq 140$$

$$121 \leq T_c^f \leq 130$$

$$35 \leq T_c^f - T_f^i \leq 49$$

$$1 \leq T_c^i - T_c^f \leq 19$$

$$0.053 \leq \frac{1}{T_c^i - T_c^f} \leq 1$$

$$1.84 \leq \frac{T_c^f - T_f^i}{T_c^i - T_c^f} \leq 49$$

$$2.84 \leq 1 + \frac{T_c^f - T_f^i}{T_c^i - T_c^f} \leq 50$$

$$0.4 \leq C_p^{ac} \leq 1$$

$$0.3 \leq C_p^{ve} \leq 0.9$$

$$0.11 \leq \frac{1}{C_p^{ac}} \leq 3.33$$

$$0.044 \leq \frac{C_p^{ve}}{C_p^{ac}} \leq 3.33$$

$$0.12496 \leq \frac{c_p^{ac}}{c_p^{ve}} \left(1 + \frac{n}{T_c^i - T_c^f}\right) \leq 166.5$$

$$5.3108 \cdot 10^{-3} \leq G \frac{c_p^{ac}}{c_p^{ve}} \left(1 + \frac{n}{T_c^i - T_c^f}\right) \leq 18.315$$

$$166.44 \leq q^{ac} G \frac{c_p^{ac}}{c_p^{ve}} \left(1 + \frac{n}{T_c^i - T_c^f}\right) \leq 896152.95$$

$$166.44 \leq q^{ve} \leq 896152.95$$

*Le bilan thermique de flux s'écrit comme suit :*

$$\Phi_T^{ac} = \Phi_T^{ve} + \Phi_{peries}$$

$$\text{Pour : } \Phi_{peries} = 0$$

$$\text{On'a : } \Phi_T^{ac} \approx \Phi_T^{ve}$$

$$q_T^{ve} I_C(T_C^f) + q_T^{ve} c_p^{ve} (T_c^i - T_c^f) = -q_T^{ac} c_p^{ac} (T_f^f - T_f^i) + Q_f^{ac}$$

$Q_f^{ac}$  : Flux thermique associe au fluide froid correspondant a la temperature  $T_f^i$

L'échange est favorable que dans les tubes (On néglige l'échange dans les blocs).

Dans les tubes l'échange ne peut se faire que pour.

$$q^{ve} c_p^{ve} (T_c^f - T_c^i) \geq q^{ac} c_p^{ac} (T_f^f - T_f^i)$$

$$\frac{q^{ve} c_p^{ve}}{q^{ac} c_p^{ac}} \geq \frac{T_f^f - T_f^i}{T_c^i - T_c^f}$$

$$2.5 \leq T_f^f - T_f^i \leq 5$$

$$1 \leq T_c^i - T_c^f \leq 19$$

$$0.053 \leq \frac{1}{T_c^i - T_c^f} \leq 1$$

$$0.1325 \leq \frac{T_f^f - T_f^i}{T_c^i - T_c^f} \leq 5$$

$$\frac{q^{ve} c_p^{ve}}{q^{ac} c_p^{ac}} \geq 5$$

Nous revenons a :

$$q^{ve} = q^{ac} \frac{c_p^{ac}}{c_p^{ve}} G \left( 1 + \frac{T_c^f - T_f^i}{T_c^i - T_c^f} \right) = \gamma q^{ac}$$

**On trace :**  $q^{ve} = f(q^{ac})$

$$5.3108 * 10^{-3} \leq \gamma \leq 18.315$$

$$31340 \leq q^{ac} \leq 48930$$

$$\frac{q^{ve} c_p^{ve}}{q^{ac} c_p^{ac}} \geq 5$$

$$166.44 \leq q^{ve} \leq 896152.95$$

$$-0.2449368 \leq m \leq 0.0262392$$

**Nous étudions  $m = F(\alpha - \beta)$**

$$1.24 * 10^{-6} \leq \alpha \leq 0.0200027237$$

$$2.043735949 * 10^{-5} \leq \beta \leq 7.977026165 * 10^{-5}$$

Avec

$$38861.6 * 10^{-6} \leq \frac{\alpha}{\beta} \leq 979.9327$$

$$0.98 \leq F \leq 1$$

*F* : correspond a une bonne état d'échange.

Avec le nombre de chicanes de chicanes égale au moins a 2 ; ce qui vérifier expérimentalement.

**On trace :  $f(\alpha, \beta, m) = 0$**

$$m = FU_1(q^{ve}, c_p^{ac}) - FV_1(q^{ac}, c_p^{ac})$$

$$49.932 \leq q^{ve} c_p^{ve} \leq 806537.655$$

$$1.24 * 10^{-6} \leq \frac{1}{q^{ve} c_p^{ve}} \leq 0.0200027237$$

$$-7.853026165 * 10^{-5} \leq \alpha - \beta \leq 0.020006799$$

$$0.98 \leq F \leq 1$$

$$-7.69596564 * 10^{-5} \leq F(\alpha - \beta) \leq 0.020006799$$

**Deuxième partie : études KS**

$$KS = \frac{1}{m} - \frac{1}{m} * \frac{n}{\Delta T}$$

$$X = \frac{n}{\Delta T} \quad \text{avec } n = T_c^f - T_f^i$$

$$35 \leq T_c^f - T_f^i \leq 49$$

$$35 \leq T_c^f - T_f^i \leq \Delta T \leq T_c^i - T_f^f$$

$$46 \leq T_c^i - T_f^f \leq 60$$

$$35^\circ c \leq \Delta T \leq 60^\circ c$$

$$0.0167 \leq \frac{1}{\Delta T} \leq 0.0286$$

$$0.5845 \leq \frac{T_c^f - T_f^i}{\Delta T} \leq 1.4014$$

Puisque  $0 \leq X \leq 1$

Alors  $0.5845 \leq \frac{n}{\Delta T} \leq 1$

$$-7.69596564 * 10^{-5} \leq m \leq 0.020006799$$

$$-12993.821 \leq \frac{1}{m} \leq 49.98300828$$

$$49.98300828 \leq -\frac{1}{m} \leq 12993.821$$

$$\text{donc } -29.21506834 \leq -\frac{1}{m} * \frac{T_C^f - T_f^i}{\Delta T} \leq 12993.821$$

$$-13023.03607 \leq \frac{1}{m} - \frac{1}{m} * \frac{T_C^f - T_f^i}{\Delta T} \leq 13043.80401$$

$$\text{Puisque } KS = \frac{1}{m} - \frac{1}{m} * \frac{T_C^f - T_f^i}{\Delta T} \geq 0$$

*KS n'a de sens physique que pour des valeurs positives.*

$$0 \leq KS \leq 13043.80401$$

**On résume :**

$$KS = \frac{1}{m} (1 - X)$$

$$\text{Avec } 0.5845 \leq X \leq 1$$

$$-7.69596564 * 10^{-5} \leq m \leq 0.020006799$$

$$0 \leq KS \leq 13043.80401$$

**Traçons : f(X, m, KS)=0**

➤ **Conclusion:**

L'écart de la température entre coté calandre et coté tube varie en fonction des capacités calorifiques, débits volumiques, surface d'échange totale et coefficient globale de transmission.

### **III-4/ modélisation de l'échangeur de la chaleur [14, 15, 16]**

#### **III-4.1.Généralités sur les équations de conservation**

Les relations de base sont celles issues de la mécanique des fluides, qui, à partir des relations de conservation locales (masse, quantité de mouvement, et énergie) permettent d'exprimer sous forme d'équations au dérivées partielles les relations entre pressions, vitesses et températures.

La résolution de ces équations reste très difficile, et n'admet de solutions analytiques que pour quelques cas d'école très simples.

Elles nous permettent de produire notamment diverses abaques ou corrélations donnant directement les caractéristiques macroscopiques des écoulements (pertes de charge, coefficient d'échange). En effet, le dimensionnement optimal d'un composant quelconque

siège d'un écoulement, nécessite la prise en compte du couplage entre les phénomènes thermiques et hydrauliques dont seules ces équations locales permettent la simulation.

Si on se place maintenant au niveau d'un avant-projet, il est clair que les équations locales ne sont d'aucun secours, puisque leur résolution numérique impose de définir, et donc de connaître le domaine d'intégration (conditions aux limites), c'est à dire les dimensions géométriques du composant réel que l'on veut simuler, et qui sont inconnues a priori. Il apparaît donc ici deux niveaux d'étude dans la conduite d'un projet:

Tout d'abord, le pré-dimensionnement de toute installation doit permettre d'estimer les dimensions géométriques de tous les composants. On utilise ici des équations macroscopiques, en ne s'intéressant qu'aux grandeurs d'entrée/sortie de chaque composant (débit, pression, température).

Ce pré-dimensionnement étant effectué, les équations locales (ou plutôt les logiciels permettant leur résolution) permettent alors d'affiner et d'optimiser chaque composant, alors que des bilans microscopiques nous permettent de suivre le gradient des grandeurs physiques qui nous intéressent.

### **III-4.2. Conditionnement de la fluidité d'acide**

Après avoir étudié la structure de l'échangeur, nous nous sommes focalisés sur un aspect dynamique décrivant son fonctionnement, à savoir le suivi de la trajectoire d'acide concentré (54%) par le biais de sa densité qui est fonction de différents paramètres (vitesse de fluidité de l'acide (54%), température et la pression), la viscosité étant supposé constante dans l'intervalle [84°C-89°C] qui nous concerne.

En coordonnées cylindriques les bilans microscopiques s'écrivent comme suit :

#### **III-4.2.1. Bilan microscopique de la quantité de matière**

(III-4)

$$2 \frac{\partial \rho}{\partial r} v_r + \frac{\rho}{r} v_r + \rho \frac{\partial v_r}{\partial r} + 2 \frac{\partial \rho}{\partial z} v_z + \rho \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$

Le bilan microscopique de la quantité de matière ne permet de suivre l'évolution de la densité en fonction de la fluidité de l'acide.

#### **III-4.2.2. Bilan microscopique de la quantité de mouvement**

- **Suivant r**

$$-\frac{2}{3} \eta \frac{v_r}{r^2} + \rho \frac{v_r^2}{r} + \left( \frac{2}{3} \cdot \frac{\eta}{r} + \frac{2\eta L}{r^2} \right) \frac{\partial v_r}{\partial r} + \rho \frac{\partial (v_r)^2}{\partial r} - \left( \frac{2\eta L}{r} + \frac{4}{3} \eta \right) \frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + \rho v_r \frac{\partial v_z}{\partial z} + \rho v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{2}{3} \eta \cdot \frac{\partial^2 v_z}{\partial r \partial z} - \eta \frac{\partial^2 v_z}{\partial z \partial r} - \eta \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} = 0$$

(III-5)

- **suivant z**

$$\rho \frac{v_z \cdot v_r}{r} + \rho \frac{\partial(v_r v_z)}{\partial r} - \frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \rho \frac{\partial(v_z)^2}{\partial z} + \frac{2}{3} \frac{\eta}{r} \cdot \frac{\partial v_r}{\partial z} - \eta \frac{\partial^2 v_z}{\partial r \partial z} + \frac{2}{3} \eta \frac{\partial^2 v_r}{\partial z \partial r} - \frac{1}{3} \eta \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} - \rho g + \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \quad (\text{III-})$$

6)

Le bilan microscopique de la quantité de mouvement ne permet de suivre les trajectoires des pertes de charge le long d'échangeur ainsi que l'état d'encrassement en fonction de vitesse radiale, transversale, de viscosité et de la densité.

### III-4.2.3. Bilan microscopique de l'énergie

$$\begin{aligned} & \ell \frac{v_r}{r} + \frac{2}{3} \eta \left( \frac{v_r}{r} \right)^2 + \left( \ell - \frac{2}{3} \eta \frac{v_r}{r} \right) \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{4}{3} \eta \left( \frac{\partial v_r}{\partial r} \right)^2 + \left( \ell + \frac{4}{3} \eta \frac{v_r}{r} \right) \frac{\partial v_z}{\partial z} \\ & - \frac{2}{3} \eta \left( \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) \left( \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + \frac{2}{3} \eta \left( \frac{\partial v_z}{\partial z} \right)^2 + \left( 2\rho \hat{C}_v v_r - \frac{\lambda S_i}{r} \right) \frac{\partial T}{\partial r} - \lambda S_i \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \\ & 2\rho \hat{C}_v v_z \frac{\partial T}{\partial z} - \lambda S_i \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \end{aligned} \quad (\text{III-7})$$

Le bilan microscopique de la quantité de mouvement ne permet de suivre le gradient de la température, le coefficient calorimétrique et la chaleur massique.

$\ell$  : Coefficient calorimétrique à volume constante est déterminé à partir de l'expérience (pilote à PRAYON).

A partir de la courbe d'ébullition  $p = f(T)$  de l'acide phosphorique de titre 54%.

La courbe est linéaire à  $84^\circ\text{c} < T < 89^\circ\text{c}$

$$l = T \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_\rho$$

$$p = aT + C \quad \text{on a trouvé} \quad \left( \frac{dp}{dT} \right)_\rho = 3.2526$$

$S_i$  surface moyenne de la partie tube

$$\eta = 16 \text{ cP} = 16 \cdot 10^{-3} \text{ Kg/m.s}$$

$$1 \text{ Kg/m.s} = 1000 \text{ cP}$$

$$\eta = 0,016 \text{ Kg/m.s}$$

N.B :  $\eta$  est fonction de la température, mais elle est constante dans l'intervalle  $[84^\circ\text{c}, 89^\circ\text{c}]$

Le débit à travers les tubes est constant.

$$c_p^{ac} - c_v^{ac} = \ell \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_\rho$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = 0$$

Généralement la différence entre les coefficients  $c_p^{ac}$  et  $c_v^{ac}$ , c'est à dire entre H et EI est négligeable.

$$c_p^{ac} - c_v^{ac} = 0 \qquad c_p^{ac} \cong c_v^{ac}$$

$$c_p^{ac} = 0.603 \text{ Kcal} / ^\circ \text{ckg} \quad (55\% \text{ en } P_2O_5)$$

Conditions aux limites et initiales:

$$0 < r < R_i \qquad r = R_i \implies v_r = 0$$

$$1567 < \rho^{ac} < 1631 \quad \Delta p = 0,5 \text{ bar abs}$$

$$2,46 \text{ bar abs} < p < 2,96 \text{ bar abs}$$

### **III-4.3. Conditionnement de la fluidité de la vapeur**

A partir de trois équations fondamentales de conservation, on conditionne la fluidité de la vapeur d'eau dans l'échangeur coté calendrier et qui donne un état de marche avec le minimum de calories.

#### **III-4.3.1. Bilan microscopique de la quantité de la matière**

$$\rho \frac{v_r}{r} + \rho \frac{\partial v_r}{\partial r} + \rho \frac{\partial v_z}{\partial z} + 2v_r \frac{\partial \rho}{\partial r} + 2v_z \frac{\partial \rho}{\partial z} = 0 \quad (\text{III-8})$$

#### **III-4.3.2. Bilan microscopique de la quantité de mouvement**

- **suivant (r)**

$$\rho \frac{v_r^2}{r} + \rho \frac{\partial (v_r)^2}{\partial r} + \rho \frac{\partial (v_r v_z)}{\partial z} + \frac{\partial P}{\partial r} = 0 \quad (\text{III-9})$$

- **Suivant ( $\theta$ )**

$$\frac{\partial P}{\partial \theta} = 0$$

- **Suivant (z)**

$$\rho \frac{v_r v_z}{r} + \rho \frac{\partial (v_r v_z)}{\partial r} + \rho \frac{\partial (v_z)^2}{\partial z} + \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \quad (\text{III-10})$$

Conditions aux limites:

$$R_e < r < R$$

$$1.3 < P < 2.8$$

$$0.74 < \rho < 1.52$$

$$t=0 \quad z=L$$

$$r=R_e \Rightarrow v_r=0$$

### III-4.3.3. bilan microscopique de l'énergie

$$\Rightarrow 2\rho\widehat{c}_v v_r \frac{\partial T}{\partial r} + 2\rho\widehat{c}_v v_z \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\lambda S_e}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \lambda S_e \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \lambda S_e \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (\text{III-11})$$

$$-\frac{4T^4}{(100)^4} \frac{v_r}{r} - \frac{4T^4}{(100)^4} \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{4T^4}{(100)^4} \frac{\partial v_z}{\partial z}.$$

$$C_p \approx C_v = \begin{cases} 0.5226 \text{Kcal / } ^\circ\text{ckg} & \text{--vapeursaturée} \\ 0.4615 \text{Kcal / } ^\circ\text{ckg} & \text{--vapeursurchauffée} \end{cases}$$

Conditions initiales et aux limites.

$$R_e < r < R$$

$$T=0, z=L \quad T_f = T_c^f = 110^\circ\text{c}$$

$$T_0 = T_c^i = 130^\circ\text{c}$$

$$T_c^i - T_c^f = 20^\circ\text{c}$$

$$q_v = ns_e v_1 = n\pi(R^2 - R_e^2)v_1$$

$$q_m = \rho q_v$$

$$\theta_e = t_e - \frac{\Phi}{2h_e \pi R_e} = \theta_i + \frac{\Phi}{2\lambda \pi L} \ln \frac{R_e}{R_i}$$

La vapeur n'est pas visqueuse:  $\vec{\tau} = \vec{0}$

$$\text{Donc} \left\{ \begin{array}{l} \text{div} \vec{v} - 3 \frac{\partial v_r}{\partial r} = 0 \\ \text{div} \vec{v} - 3 \frac{v_r}{r} = 0 \\ \text{div} \vec{v} - 3 \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{div} \vec{v} = 3 \frac{\partial v_r}{\partial r} = 3 \frac{v_r}{r} = \frac{\partial v_z}{\partial z} \\ \frac{\partial v_r}{\partial r} = \frac{v_r}{r} = \frac{\partial v_z}{\partial z} \\ \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \end{array} \right.$$

Les équations des bilans s'écrivent comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \left( \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + 2v_r \frac{\partial \rho}{\partial r} + 2v_z \frac{\partial \rho}{\partial z} = 0 \\ \rho \frac{v_r^2}{r} + \frac{\partial (v_r)^2}{\partial r} + \rho \frac{\partial (v_r v_z)}{\partial z} + \frac{\partial P}{\partial r} = 0 \\ \rho \frac{v_r v_z}{r} + \rho \frac{\partial (v_r v_z)}{\partial r} + \rho \frac{\partial (v_z)^2}{\partial z} + \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \\ 2\rho\widehat{c}_v v_r \frac{\partial T}{\partial r} + 2\rho\widehat{c}_v v_z \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\lambda S_e}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \lambda S_e \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \lambda S_e \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{12T^4}{(100)^4} \frac{v_r}{r} \end{array} \right.$$

C'est à dire:

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 3\rho \frac{v_r}{r} + 2v_r \frac{\partial \rho}{\partial r} + 2v_z \frac{\partial \rho}{\partial z} = 0 \\ 4\rho \frac{v_r^2}{r} + \rho v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial P}{\partial r} = 0 \\ \rho v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + 4\rho \frac{v_r v_z}{r} + \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \\ (2\rho \hat{c}_v v_r - \frac{\lambda S_e}{r}) \frac{\partial T}{\partial r} - \lambda S_e \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{12T^4}{(100)^4} \frac{v_r}{r} = -2\rho \hat{c}_v v_z \frac{\partial T}{\partial z} + \lambda S_e \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \end{array} \right.$$

## CHAPITRE IV

# EVAPORATEUR

L'idée générale de contrôle de la concentration est de maintenir un titre en acide phosphorique constant dans la boucle de concentration en ajustant le débit d'acide alimenté.

Le vide, température d'ébullition et titre en  $P_2O_5$  de l'acide sont liées entre elles. La relation liant ces valeurs est empirique et varie pour chaque acide; d'où la nécessité d'introduire un modèle liant les trois grandeurs réglables que nous déterminons dans la suite.

Nous nous sommes focalisées sur l'étude de la stabilité structurale de l'évaporateur pour une production d'acide phosphorique d'environ de  $20m^3/h$ .

## **IV-1. Dimensionnement de l'évaporateur.[4]**

### **IV-1.1. Evaluation de débit volumique entré au boucle**

Pour produire  $20m^3/h$  d'acide phosphorique concentré  $q_V^{ac} = 20m^3/h$  à un titre de 54%.

$$\rho^{ac} = 1629 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho^{af} = 1300 \text{ kg/m}^3 \text{ à un titre de 29\%}.$$

On a donc: d'après la conservation du débit massique

$$\rho^{ac} * q_V^{ac} (54\%) = \rho^{af} * q_V^{af} (29\%)$$

$$q_V^{af} = \frac{\rho^{ac}}{\rho^{af}} \frac{54}{29} q_V^{ac}$$

$$\text{AN : } q_V^{af} = 46.67m^3/h$$

$q_V^{af}$  : Débit volumique d'acide faible entré au boucle concentration.

### **IV-1.2. Débit massique de la vapeur d'eau**

Le débit massique de la vapeur d'eau à vaporiser pour avoir un acide concentré de titre 54% à partir d'un acide faible de titre 29%.

$$q_m(H_2O)_g = q_T^{af} - q_T^{ac}$$

$q_m(H_2O)_g$  : Débit massique de la vapeur

$q_T^{af}$  : Débit massique de l'acide faible

$q_T^{ac}$  : Débit massique de l'acide fort

$$q_m(H_2O)_g = \rho^{af} q_V^{af} - \rho^{ac} q_V^{ac}$$

$$\text{AN: } q_m(H_2O)_g = 1300 * 46.67 - 1629 * 20 \text{ Kg/h}$$

On considère que la vapeur et les gaz volatils comme gaz parfait:

$$\text{Donc: } PV^{gv} = nRT$$

$$V^{gv} = \frac{m}{M} \frac{RT}{P}$$

La masse spécifique est  $\rho^{gv} = 0.06 \text{ Kg} / \text{m}^3$

$M = M(\text{vapeurs, volatils}) = M(\text{vapeur}) + M(\text{volatils}) \approx M(\text{vapeur})$

$q_m(\text{gaz}) = q_m(\text{H}_2\text{O})_g + q_m(\text{volatils}) \approx q_m(\text{H}_2\text{O})_g$

$M = 18 \text{g/mol} = 18 \cdot 10^{-3} \text{kg/mol}$

Donc

$$q_v(\text{H}_2\text{O})_g = \frac{q_m(\text{H}_2\text{O})_g}{M} \frac{RT}{P}$$

$q_v(\text{H}_2\text{O})_g = 464837383.1 \text{ l/h}$

$$q_v(\text{H}_2\text{O})_g = 464837.3831 \text{ m}^3/\text{h}$$

C'est le débit volumique qui correspond à un volume nécessaire pour créer un vide de 75 torr.

Le volume de contrôle pour créer le vide nécessaire qui stabilise l'état de marche d'une unité de concentration est:

$$V_c^{gv} = q_v(\text{H}_2\text{O})_g * t$$

AN :

$$V_c^{gv} = \frac{464837.3831}{3600s} * 1s \approx 130 \text{m}^3$$

## **IV-2. Evaluation des sections entrée-sortie bouilleur**

### **IV-2.1. Conservation de débit massique**

Le débit massique d'acide phosphorique entré et sortie bouilleur via l'échangeur de la chaleur reste constant.

Donc:  $q_{me}^{ac} = q_{ms}^{ac}$

$T_E$  : température entrée bouilleur correspond à la température sortie échangeur.

Donc:  $T_{be} = 89^\circ\text{C}$  avec  $\rho_{89}^{ac} = 1644 \text{Kg} / \text{m}^3$

$T_S$  : température sortie bouilleur correspond à la température entrée échangeur.

Donc:  $T_{bs} = 84^\circ\text{C}$  avec  $\rho_{84}^{ac} = 1648 \text{Kg} / \text{m}^3$

$$\Rightarrow \rho_{84}^{ac} q_{Vs}^{ac} = \rho_{89}^{ac} q_{Ve}^{ac} \quad q_{Ve}^{ac} = 4688 \text{m}^3 / \text{h}$$

$$\Rightarrow q_{Vs}^{ac} = \frac{\rho_{89}^{ac}}{\rho_{84}^{ac}} q_{Ve}^{ac}$$

$$q_{V_s}^{ac} = 4676.6 \text{ m}^3/\text{h} = 4688 \text{ m}^3/\text{h}$$

Soit:  $q_{V_s}^{ac} = q_{V_e}^{ac} = S_e v_e = S_s v_s$

Pour que le volume de contrôle soit stable (pas de vibration), il faut  $v_e = v_s$  et proche de zéro.

$$\Rightarrow S_e = S_s = \frac{q_{V_e}^{ac}}{v_e} = \frac{q_{V_s}^{ac}}{v_s}$$

Estimation  $v=1\text{m/s}$

$$S_b = \frac{4688}{3600} = 1.302 \text{ m}^2$$

$$S_b = \pi \frac{d_b^2}{4} \quad \Rightarrow \quad d_b = \sqrt{\frac{4S_b}{\pi}}$$

$$d_b = 1288 \text{ mm} \cong 1300 \text{ mm}$$

## IV-2.2. Volume de contrôle

### IV-2.2.1. Caractéristique technique du circulateur (pompe de circulation)

#### **a) Conditions de travail.**

-fluide pompé: acide phosphorique

-composition: 29 à 54%.

2.5 à 4.5%  $\text{H}_2\text{SO}_4$

1.8 à 0.5% F

0.6 à 2.6% de solides

-Température:  $85^\circ\text{C}$

-Masse spécifique:  $1629 \text{ kg}/\text{m}^3$

-viscosité: 15cP

-Tension de vapeur 97 mbar abs

-Service continue

#### **b) Condition normales**

-débit:  $4688 \text{ m}^3/\text{h}$

-Pression aspiration: 2 mbar abs

-Pression de refoulement: 2.96 bar abs

### IV-2.2.2. Hauteur d'acide dans le bouilleur

La perte de charge dans l'échangeur  $\Delta P_e = 0.5 \text{ bar}$

Donc, la pression à l'entrée de l'échangeur

$$P_e = P_{\text{ref}} - \Delta P_e = 2.46 \text{ bar abs}$$

D'après la loi de l'hydrostatique, la différence de pression entre l'entrée et sortie bouilleur.

$$\Delta P = \rho^{\text{ac}} g \Delta h$$

$$\rho^{\text{ac}} = 1630 \text{ kg /h}$$

$$g = 9.8 \text{ m/s}^2$$

$$\Delta P = P_e - P_s$$

$$P_s = P_{\text{asp}} = 2 \text{ bar abs}$$

$$P_e = 2.46 \text{ bar abs}$$

$$\Rightarrow \Delta P = 0.46 \cdot 10^5 \text{ Pas}$$

$$\Delta h = \frac{\Delta P}{\rho g} = 2.88 \text{ m}$$

Puisque le diamètre d'entrée acide  $d_b = 1.3 \text{ m}$

$$\Rightarrow h_c = 2.88 + 0.65 = 3.53 \text{ m}$$

### IV-2.2.3. Caractéristiques techniques de la pompe à vide

Type : pompe à anneau liquide.

a) Condition de travail

Composition: traces  $\text{Na}_2\text{SiF}_6 \cdot \text{HCl}$

Pression refoulement: atm

Pression aspiration 84 mbar

Température 27.8°C

Débits:

Air sec 268 Kg/h

Vapeur d'eau: 132 Kg/h

Total : 400 Kg/h

Masse spécifique: 0.081 Kg/m<sup>3</sup>

Débits réel: 4947 m<sup>3</sup>/h

La pompe aspire 120 Kg/h

$$q_v(\text{H}_2\text{O})_g = \frac{q_m(\text{H}_2\text{O})_g}{M} \frac{RT}{P}$$

$$q_v(\text{H}_2\text{O})_g = 2184.28 \text{ m}^3/\text{h}$$

La vitesse d'écoulement d'une quantité de la vapeur d'eau vers le laveur condenseur de débit volumique  $q_v(\text{H}_2\text{O})_g = 2184.28 \text{ m}^3/\text{h}$ .

Tel que le diamètre de la section entrée gaz est  $d = 1750 \text{ mm}$

$$q_v^{gv} = v^{gv} * S_{ss}$$

$$v_{ss}^{gv} = \frac{q_v^{gv}}{S_{ss}}$$

$$S_{ss} = \pi \frac{d_{ss}^2}{4}$$

$$S_{ss} = 2.4 \text{ m}^2$$

$$v_{ss}^{gv} = 910 \text{ m/h}$$

Pour que la distribution de la vitesse du vapeur d'eau soit uniforme, il faut diminuer les sections des appareils le long de système de vide uniformément à partir d'évaporateur:

On prend à la sortie de séparateur.

$$v_{ss}^{gv} = 910 \text{ m/h}$$

On prend à l'entrée de séparateur

$$v_{es}^{gv} = 227.5 \text{ m/h}$$

b) Au niveau du bouilleur.

$$V_{sb}^{gv} = 56.8 \text{ m/h}$$

Donc la conservation du débit massique :

$$S_{sb} V_b^{gv} = S_{es} V_{es}^{gv}$$

$$\Rightarrow \frac{S_e}{S_s} = \frac{V_{es}}{V_b} = 4 \text{ -----} \Leftrightarrow S_b = 4 S_{es}$$

De même

$$S_{es} = 4 S_{ss}$$

$$\text{Pour } S_{ss} = 2.4 \text{ m}^2 \text{ -----} \Rightarrow S_{es} = 9.6 \text{ m}^2$$

$$S_{sb} = 38.465 \text{ m}^2$$

$$h_b = 3.38 \text{ m}$$

c) Le volume dans le bouilleur.

$$V_c^{ac} = 135.8 \text{ m}^3$$

### IV-3. Conclusion

La détermination du volume de contrôle et les sections entrée-sortie des vapeurs et d'acide (54%) nous permet de suivre avec précision l'évolution des autres paramètres (La température, La pression et titre en  $\text{P}_2\text{O}_5$ ).

Si le niveau dans le bouilleur augmente par un acide concentré le vide sera poussé de plus en plus.

Si le niveau de bouilleur augmente par un acide faible le vide sera échappé.

Dans tous les cas, une perturbation d'un des paramètres de marche sera instable.

# CONCLUSION GENERALE

La modélisation du procédé sous forme d'équations différentielles à dérivée partielle de deuxième ordre, ainsi que les perturbations de différentes origines (variations des différentes propriétés physiques de la matière primaires, encrassement de la chaîne de production...), nous obligent une linéarisation au voisinage des paramètres de marche (grandeurs réglables).

L'optimisation technico-économique de la structure du procédé, ainsi que l'établissement de modèles dynamiques du procédé, consiste à optimiser son point de fonctionnement.

Avant la modélisation de l'échangeur de la chaleur, nous avons évalué le flux de la chaleur, le coefficient de conduction du tube en graphite et le coefficient global de transmission moyenne dans les conditions de travail. Ce dernier varie le long de l'échangeur en fonction de la surface d'échange, l'écart de la température, capacités calorifiques et débits volumiques; d'où l'intérêt d'étudier leurs dépendances.

La modélisation de l'échangeur de la chaleur a été consacrée pour conditionner la fluidité de l'acide phosphorique, la vapeur d'eau et de suivre la trajectoire des paramètres de marche.

Enfin, nous avons dimensionné l'évaporateur (volume de contrôle) pour étudier par la suite le procédé de la concentration d'acide phosphorique par évaporation.

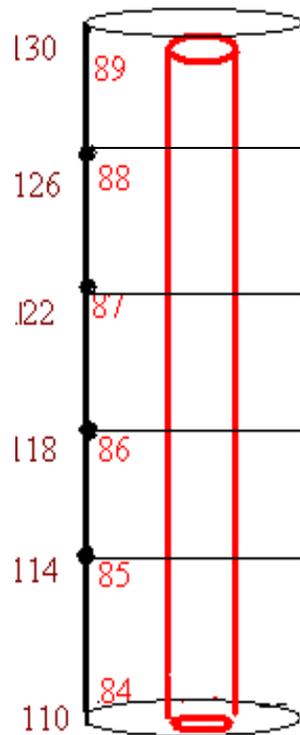
Par ailleurs, outre l'approche de modélisation par modèles mathématiques, existe une approche empirique. Les deux approches feront l'objet d'études plus profondes ultérieurement.

## TENDANCES ET PERSPECTIVES

Nous pensons, pour compléter cette étude sur le procédé concentration d'acide phosphorique de:

- Simuler le coefficient de convection de l'acide phosphorique (titre 54%) dans les conditions des paramètres de marche.
- Etablir la relation qui subit une loi d'asservissement liant le titre en  $P_2O_5$ , la température et la pression absolue dans l'évaporateur.
- Déterminer l'effet de paramètres de marche sur les désintégrations de l'uranium en radon.
- Déterminer la vitesse critique à laquelle les tubes ne subissent aucune vibration.
- Optimiser l'écart de la température entre côté calandre et côté tube de l'échangeur.
- Calculer la trajectoire de paramètre de marche le long de la durée de production.

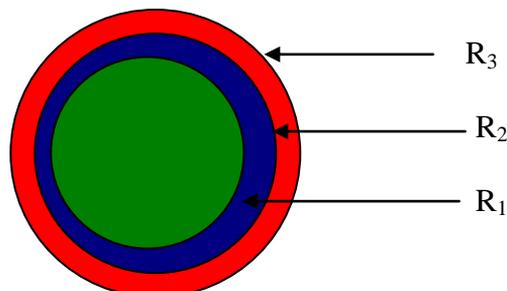
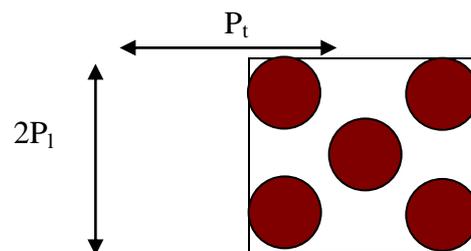
# ANNEXE : I



## Variation de la température le long du tube

$F=0.998$        $\Delta T = 33.5^{\circ}C$        $\Delta T_m = F\Delta T$        $\Delta T_m = 33.434^{\circ}C$

Position des tubes dans l'échangeur



# Distribution de la vapeur aux alentours des tubes

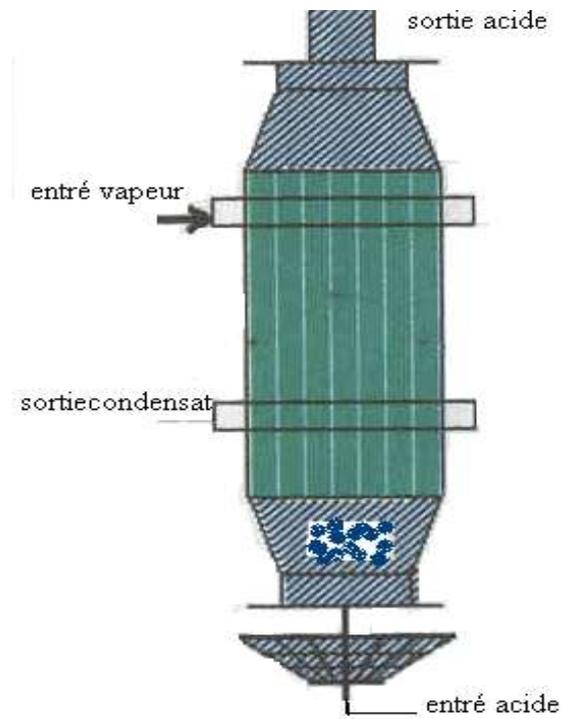


Schéma de l'échangeur

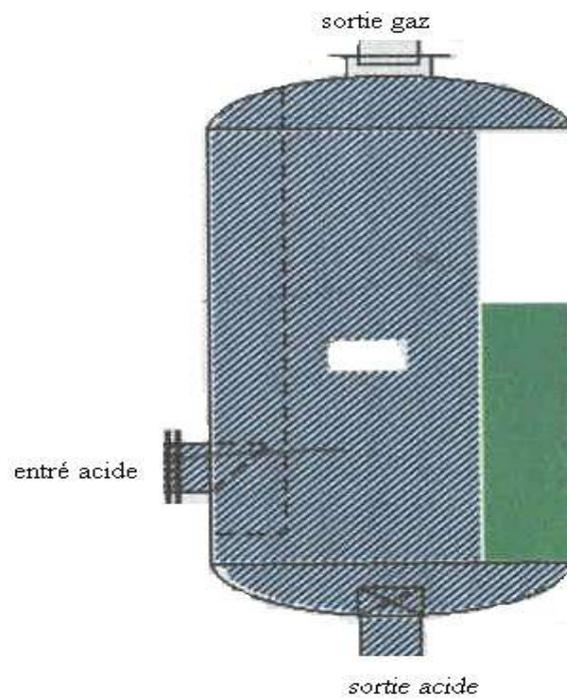


Schéma d'évaporateur

# ANNEXE : II

# BILANS MICROSCOPIQUES

# **BILANS MICROSCOPIQUES DES LOIS DE CONSERVATION DANS L'ECHANGEUR DE CHALEUR**

Pour connaître l'évolution des paramètres présentant des grandeurs dans le système, il faut considérer le phénomène d'un point de vue microscopique.

Nous nous sommes focalisés notre étude à l'échangeur de la chaleur tubulaire.

## **I- Relation entre bilans macroscopique et microscopique**

D'après le théorème de la divergence

$$\int_V \operatorname{div}(\vec{v}) dV = \int_A (\vec{v} \cdot \vec{n}) dA \quad (1)$$

### **1-Bilan matière**

**L'équation macroscopique générale est la suivante :**

$$\frac{d}{dt} \left( \int_V \rho dV \right) + \int_A \rho (\vec{v} \cdot \vec{n}) dA = 0 \quad (2)$$

D'après le théorème de la divergence(1)

$$\int_A \rho (\vec{v} \cdot \vec{n}) dA = \int_V \operatorname{div}(\rho \vec{v}) dV \quad (3)$$

D'après (2) et (3) on trouve : 
$$\int_V \left( \frac{d\rho}{dt} + \operatorname{div} \rho \vec{v} \right) dV = 0$$

Cette équation est vraie quel que soit le volume choisit.

D'où 
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \vec{v} = 0 \quad (4)$$

L'équation (4) : est l'équation de continuité qui permet de passer d'un élément petit à un autre, autrement dit ; de bilan microscopique au bilan macroscopique.

$$\frac{d}{dt} \leftrightarrow \int$$

L'échangeur de la chaleur tubulaire est sous forme cylindrique, donc en exprimant l'équation de continuité (4) en coordonnées cylindriques (r,  $\theta$ , z) ;

Elle s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho v_\theta) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_z) = 0 \quad (5)$$

Pour un flux de la chaleur permanent, et pour  $\theta = \text{constante}$  ; on'a  $v_\theta = 0$ ,  $\rho_0 = \text{constante}$ .

$$(5) \text{ devient } \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (\rho r v_r)}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_z) = 0$$

$$\text{C'est -à- dire } \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\rho}{r} v_r + \rho \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_r \frac{\partial \rho}{\partial r} + \frac{\partial \rho}{\partial z} v_z + \rho \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial t} + \frac{\partial \rho}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial \rho}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = v_r \frac{\partial \rho}{\partial r} + v_\theta \frac{\partial \rho}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial \rho}{\partial z}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = v_r \frac{\partial \rho}{\partial r} + v_z \frac{\partial \rho}{\partial z}$$

$$\text{En écrit finalement } \frac{\rho}{r} v_r + \rho \frac{\partial v_r}{\partial r} + 2v_r \frac{\partial \rho}{\partial r} + 2v_z \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (6)$$

## 2- Bilan de la quantité de mouvement

L'équation macroscopique de la quantité de mouvement s'écrit comme suit :

$$\frac{d}{dt} \int_V \vec{v} \rho dV + \int_A \vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{n}) \rho dA = \sum \vec{F} \quad (7)$$

$$\sum \vec{F} = \int_A \vec{F} dA$$

Le théorème de divergence nous permet d'écrire :

$$\int_V \left[ \frac{d}{dt} (\rho \vec{v}) + \text{div}(\rho \vec{v} \cdot \vec{v}) \right] dV = \int_V \text{div}(\vec{F}) dV \quad (8)$$

Sachant que :  $\text{div} \vec{F} = -\text{grad} P - \text{div} \vec{\tau} + \rho \cdot \vec{g}$

$$\text{D'où } \frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{v}) + \text{div} \rho \vec{v} \cdot \vec{v} + \text{grad} P + \text{div} \vec{\tau} - \rho \vec{g} = \vec{0} \quad (9)$$

L'équation (9) : c'est l'équation de bilan microscopique de la quantité de mouvement.

En simplifiant (9), on écrit alors :

$$\vec{v} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \left( \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \right) + \vec{v} \text{div}(\rho \vec{v}) + \rho \vec{v} \text{div} \vec{v} + \text{grad} P + \text{div} \vec{\tau} - \rho \vec{g} = \vec{0}$$

$$\text{Soit } \vec{v} \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \rho \vec{v} \right) + \rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho \vec{v} \text{div} \vec{v} + \text{grad} P + \text{div} \vec{\tau} - \rho \vec{g} = \vec{0}$$

$$\text{D'après l'équation de continuité (4)} \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \rho \vec{v} = 0$$

$$\text{On trouve } \rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho \vec{v} \text{div} \vec{v} + \text{grad} P + \text{div} \vec{\tau} - \rho \vec{g} = \vec{0} \quad (10)$$

Pour un fluide newtonien c'est-à-dire :

$$\vec{\tau} = -\eta \text{grad} \vec{v}$$

$\vec{\tau}$  : C'est un tenseur des contraintes.

On écrit (10) dans les coordonnées cylindriques (r,  $\theta$ , Z)

$$\text{Puisque } \text{div} \vec{v} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

$$\text{div} \vec{v} = \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

$\theta = \text{Constante}$ .

On écrit donc

$$\text{div} \vec{v} = \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

Donc 
$$\vec{v} \text{div} \vec{v} = \begin{pmatrix} v_r \\ v_\theta \\ v_z \end{pmatrix} \left( \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right)$$

c-à-d 
$$\vec{v} \text{div} \vec{v} = \begin{cases} \frac{v_r^2}{r} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial z} \\ 0 \\ v_z \frac{v_r}{r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{cases}$$

$$\text{div} \vec{\tau} = \vec{\nabla} \cdot \vec{\tau} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial r} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \cdot \vec{\tau}$$

$$\vec{\tau} = \begin{bmatrix} -\eta \left[ -\frac{2}{3} \frac{v_r}{r} + \frac{4}{3} \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{2}{3} \frac{\partial v_z}{\partial z} \right] & 0 & -\eta \left[ \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z} \right] \\ 0 & -\eta \left[ \frac{4}{3} \frac{v_r}{r} - \frac{2}{3} \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{2}{3} \frac{\partial v_z}{\partial z} \right] & 0 \\ -\eta \left[ \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z} \right] & 0 & -\eta \left[ -\frac{2}{3} \frac{v_r}{r} - \frac{2}{3} \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{4}{3} \frac{\partial v_z}{\partial z} \right] \end{bmatrix}$$

Donc on trouve :

$$\operatorname{div} \vec{\tau} = \begin{cases} \frac{2}{3}\eta \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\mathbf{v}_r}{r} \right) - \frac{4}{3}\eta \frac{\partial^2 \mathbf{v}_r}{\partial r^2} + \frac{2}{3}\eta \frac{\partial^2 \mathbf{v}_z}{\partial r \partial z} - \eta \frac{\partial^2 \mathbf{v}_z}{\partial z \partial r} - \eta \frac{\partial^2 \mathbf{v}_r}{\partial z^2} \\ 0 \\ -\eta \frac{\partial^2 \mathbf{v}_z}{\partial r^2} - \eta \frac{\partial^2 \mathbf{v}_r}{\partial r \partial z} + \frac{2}{3}\eta \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\mathbf{v}_r}{r} \right) + \frac{2}{3}\eta \frac{\partial^2 \mathbf{v}_r}{\partial z \partial r} - \frac{4}{3}\eta \frac{\partial^2 \mathbf{v}_z}{\partial z^2} \end{cases}$$

D'où l'équation (10) devient:

 **Suivant r**

$$\begin{aligned} & \rho \frac{\partial \mathbf{v}_r}{\partial t} + \rho \frac{\mathbf{v}_r^2}{r} + \rho \mathbf{v}_r \frac{\partial \mathbf{v}_r}{\partial r} + \rho \mathbf{v}_r \frac{\partial \mathbf{v}_z}{\partial z} + \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{2}{3}\eta \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\mathbf{v}_r}{r} \right) - \\ \Rightarrow & \frac{4}{3}\eta \frac{\partial^2 \mathbf{v}_r}{\partial r^2} + \frac{2}{3}\eta \frac{\partial^2 \mathbf{v}_z}{\partial r \partial z} - \eta \frac{\partial^2 \mathbf{v}_r}{\partial z \partial r} - \eta \frac{\partial^2 \mathbf{v}_z}{\partial z^2} - \rho \mathbf{g}_r = 0 \end{aligned}$$

$$* \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\mathbf{v}_r}{r} \right) = \frac{1}{r^2} \left( r \frac{\partial \mathbf{v}_r}{\partial r} - \mathbf{v}_r \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial \mathbf{v}_r}{\partial r} - \frac{\mathbf{v}_r}{r^2}$$

$$* \mathbf{g}_r = 0$$

$$\begin{aligned} & \rho \frac{\partial \mathbf{v}_r}{\partial t} - \frac{2}{3}\eta \frac{\mathbf{v}_r}{r^2} + \rho \frac{\mathbf{v}_r^2}{r} + \frac{2}{3}\eta \frac{1}{r} \frac{\partial \mathbf{v}_r}{\partial r} + \rho \mathbf{v}_r \frac{\partial \mathbf{v}_r}{\partial r} + \rho \mathbf{v}_r \frac{\partial \mathbf{v}_z}{\partial z} - \frac{4}{3}\eta \frac{\partial^2 \mathbf{v}_r}{\partial r^2} + \frac{2}{3}\eta \frac{\partial^2 \mathbf{v}_z}{\partial r \partial z} - \eta \frac{\partial^2 \mathbf{v}_z}{\partial z \partial r} \\ & - \eta \frac{\partial^2 \mathbf{v}_r}{\partial z^2} + \frac{\partial P}{\partial r} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \rho \frac{\partial \mathbf{v}_r}{\partial t} - \frac{2}{3}\eta \frac{\mathbf{v}_r}{r^2} + \rho \frac{\mathbf{v}_r^2}{r} + \left( \frac{2}{3}\eta \frac{1}{r} + \rho \mathbf{v}_r \right) \frac{\partial \mathbf{v}_r}{\partial r} + \rho \mathbf{v}_r \frac{\partial \mathbf{v}_z}{\partial z} - \frac{4}{3}\eta \frac{\partial^2 \mathbf{v}_r}{\partial r^2} + \frac{2}{3}\eta \frac{\partial^2 \mathbf{v}_z}{\partial r \partial z} \\ & - \eta \frac{\partial^2 \mathbf{v}_z}{\partial z \partial r} - \eta \frac{\partial^2 \mathbf{v}_r}{\partial z^2} + \frac{\partial p}{\partial r} = 0 \end{aligned}$$

(11)

📌 **Suivant  $\theta$**

$$\frac{\partial p}{\partial \theta} = 0$$

📌 **Suivant  $z$**

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial v_z}{\partial t} + \rho v_z \frac{v_r}{r} + \rho v_z \frac{\partial v_r}{\partial r} + \rho v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{\partial P}{\partial z} - \eta \frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} - \eta \frac{\partial^2 v_r}{\partial r \partial z} \\ + \frac{2}{3} \eta \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{v_r}{r} \right) + \frac{2}{3} \eta \frac{\partial^2 v_z}{\partial z \partial r} - \frac{4}{3} \eta \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} - \rho g_z = 0 \end{aligned}$$

Avec  $g = g_z$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{v_r}{r} \right) = \frac{1}{r^2} \left( r \frac{\partial v_r}{\partial z} - v_r \frac{\partial r}{\partial z} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{v_r}{r^2} \frac{\partial r}{\partial z}$$

**On écrit donc**

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial v_z}{\partial t} - \frac{2}{3} \eta \frac{v_r}{r^2} \frac{\partial r}{\partial z} + \rho v_z \frac{v_r}{r} + \rho v_z \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{2}{3} \eta \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial z} + \rho v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \\ - \eta \frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} - \eta \frac{\partial^2 v_r}{\partial r \partial z} + \frac{2}{3} \eta \frac{\partial^2 v_r}{\partial z \partial r} - \frac{4}{3} \eta \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} - \rho g + \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial v_z}{\partial t} - \frac{2}{3} \eta \frac{v_r}{r^2} \frac{\partial r}{\partial z} + \rho v_z \frac{v_r}{r} + \rho v_z \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{2}{3} \eta \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial z} + \rho v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \\ - \eta \frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} - \eta \frac{\partial^2 v_r}{\partial r \partial z} + \frac{2}{3} \eta \frac{\partial^2 v_r}{\partial z \partial r} - \frac{4}{3} \eta \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} - \rho g + \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

### **3- Bilan microscopique d'énergie**

L'équation macroscopique d'énergie s'écrit comme suit :

$$\frac{d}{dt} \left[ \int_V (\widehat{E}_I + \widehat{E}_P + \widehat{E}_{C_1}) \rho dV \right] + \int_A (\widehat{H} + \widehat{E}_P + \widehat{E}_C) \rho (\vec{v} \cdot \vec{n}) dA = \dot{Q} - \dot{W} + \int_V \Delta H_r R_M dV \quad (13)$$

Le transfert de la chaleur se fait sans réaction chimique.

Alors 
$$\int_v \Delta \mathbf{H}_r \mathbf{R}_M dV = 0$$

**On' a aussi**

$$\widehat{H} = \widehat{E}_I + P\widehat{V}$$

$$\widehat{E}_T = \widehat{E}_I + \widehat{E}_P + \widehat{E}_E$$

$\dot{Q} = -\int_A (\vec{q} \cdot \vec{n}) dA$  : Débit de travail, s'écrit comme l'intégrale du flux de chaleur

$\vec{q}$  (en  $\frac{W}{m^2}$ ) Transmis par condensation et rayonnement à travers les surfaces

d'échange du débit de contrôle défini par les vecteurs normaux.

$\dot{W}_s = \int_A (\vec{\tau}_s \cdot \vec{v}) \cdot \vec{n} dA$  : Travail de compression, écrit comme l'intégrale du

travail crée par les contraintes  $\vec{\tau}_s$ . analogues à des pressions agissant sur ces mêmes surfaces.

$\vec{\tau}_s$  : est un tenseur (matrice d'ordre 3 dans l'espace géométrique).

$\widehat{E}_c$  :  $E_c$  par unité de masse =  $1/2v^2$

$\widehat{E}_p$  :  $E_p$  par unité de masse =  $gh$

$\widehat{E}_I$  : Énergie interne par unité de masse

$\widehat{H}$  : L'enthalpie massique.

$$\dot{W}_s = \dot{W} + \int_A P\widehat{V}\rho(\vec{v} \cdot \vec{n}) dA$$

Donc (12) devient :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \widehat{E}_t) + \rho \widehat{E}_t \operatorname{div} \vec{v} + \vec{v} \operatorname{grad}(\rho \widehat{E}_t) = -\operatorname{div} q - \operatorname{div}(p\vec{v}) - \operatorname{div}(\vec{\tau} \cdot \vec{v}) + \rho \vec{v} \cdot \vec{g}$$

(14)

**Sachant que :**

$\vec{\tau}_s$ : Contrainte qui peut subdiviser en contraintes normales P (pression) et contraintes de cisaillement  $\vec{\tau}$  Qui reste un tenseur tout en prenant en compte la

gravité dans un terme spécifique où intervient le vecteur accélération de la pesanteur.

$$D'où : \quad \text{div}(\vec{\tau}_s \cdot \vec{v}) = \text{div}(P\vec{v}) + \text{div}(\vec{\tau} \cdot \vec{v}) - \rho\vec{v} \cdot \vec{g}$$

Le premier terme de (14) représente le changement de l'énergie en fonction du temps.

Le deuxième terme est de type convectif représente l'énergie en mouvement.

En développant le premier terme de (14).

On a :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\hat{E}_T \rho) + \vec{v} \text{grad}(\hat{E}_T \rho) + \rho \hat{E}_T \text{div} \vec{v} &= \rho \frac{\partial \hat{E}_T}{\partial t} + \hat{E}_T \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \vec{v} \text{grad}(\hat{E}_T) + \hat{E}_T \text{div}(\rho \vec{v}) \\ &= \rho \frac{\partial \hat{E}_T}{\partial t} + \rho \vec{v} \text{grad}(\hat{E}_T) + \hat{E}_T \left( \frac{d\rho}{dt} + \text{div} \rho \vec{v} \right) \end{aligned}$$

$$\text{Sachant que :} \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0$$

Donc l'équation (14) s'écrit comme suit :

$$\rho \frac{\partial \hat{E}_T}{\partial t} + \rho \vec{v} \text{grad} \hat{E}_T + \text{div} \vec{q} + \text{div}(P\vec{v}) + \text{div}(\vec{\tau} \cdot \vec{v}) - \rho \vec{v} \cdot \vec{g} = \vec{0} \quad (15)$$

En utilisant la notion de dérivé matricielle de l'énergie totale à savoir :  $\frac{D\hat{E}_T}{DT} = \frac{\partial \hat{E}_T}{\partial t} + \vec{v} \text{grad} \hat{E}_T$

L'équation (15) devient :

$$\rho \frac{D\hat{E}_T}{Dt} + \text{div} \vec{q} + \text{div}(P\vec{v}) + \text{div}(\vec{\tau} \cdot \vec{v}) - \rho \vec{v} \cdot \vec{g} = \vec{0} \quad (16)$$

Pour avoir une forme utilisable il faut développer  $\vec{E}_T$  en considérant que seuls les énergies interne  $\hat{E}_i$  et cinétique  $\frac{1}{2}\vec{v}^2$  qui apparaissent ; il faut donc

trouver  $\frac{D}{Dt}(\hat{E}_i)$  et  $\frac{D}{Dt}(\frac{1}{2}\vec{v}^2)$

En effet :  $\frac{D}{Dt} \left( \frac{1}{2} \vec{v}^2 \right) = \vec{v} \frac{D}{Dt} (\vec{v})$

Le bilan microscopique de la quantité de mouvement.

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = -\text{grad}\vec{P} - \text{div}\vec{\tau} + \rho \cdot \vec{g}$$

Donc  $\rho \vec{v} \frac{D\vec{v}}{Dt} = -\vec{v} \text{grad}\vec{P} - \vec{v} \text{div}\vec{\tau} + \rho \cdot \vec{v} \cdot \vec{g}$

En reprenant (14) on obtient

$$\rho \frac{D}{Dt} \left( \vec{E}_i + \frac{1}{2} \vec{v}^2 \right) + \text{div}\vec{q} + \text{div}(P\vec{v}) + \text{div}(\vec{\tau} \cdot \vec{v}) - \rho \cdot \vec{v} \cdot \vec{g} = \vec{0}$$

C'est-à-dire

$$\rho \frac{D}{Dt} (\vec{E}_i) = -\text{div}\vec{q} - \text{div}(P\vec{v}) - \text{div}(\vec{\tau} \cdot \vec{v}) + \vec{v} \text{grad}\vec{P} + \vec{v} \text{div}\vec{\tau} \quad (17)$$

Or :

$$\begin{aligned} \text{div}(\vec{\tau} \cdot \vec{v}) &= \vec{\tau} \cdot \text{div}\vec{v} + \vec{v} \cdot \text{div}\vec{\tau} \\ \text{div}(P \cdot \vec{v}) &= P \cdot \text{div}\vec{v} + \vec{v} \cdot \text{grad}P \end{aligned}$$

Donc  $\rho \frac{D\hat{E}_i}{Dt} = -\text{div}\vec{q} - P \text{div}\vec{v} - \vec{\tau} \cdot \text{div}\vec{v} \quad (18)$

En exprimant maintenant  $\hat{E}_i$  en fonction de la température.

On sait que  $\hat{E}_i$  est une fonction de  $\hat{v}$  et de T, la thermodynamique nous permet d'écrire:

$$d\vec{E}_i = \left( \frac{\partial \hat{E}_i}{\partial \hat{V}} \right)_T d\hat{V} + \left( \frac{\partial \hat{E}_i}{\partial T} \right)_{\hat{v}} dT = \left[ -P + T \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_{\hat{v}} \right] d\hat{V} + \hat{C}_v dT$$

On montre donc que:

$$\rho \frac{D\hat{E}_i}{Dt} = \left[ -P + T \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_{\hat{v}} \right] \rho \frac{D\hat{V}}{Dt} + \rho \hat{C}_v \frac{DT}{Dt} \quad (19)$$

Puisque  $\hat{V} = \frac{1}{\rho} \Rightarrow \frac{D\hat{V}}{Dt} = \frac{D}{Dt} \left( \frac{1}{\rho} \right) = -\frac{1}{\rho^2} \frac{D\rho}{Dt}$

**D'après l'équation de la continuité**

$$\frac{d\rho}{dt} + \text{div} \rho \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow \frac{D\rho}{Dt} + \rho \cdot \text{div} \vec{v} = \vec{0}$$

D'où  $\rho \frac{D\hat{v}}{Dt} = \text{div} \vec{v}$

D'après (18) et (19) il vient:

$$[-P + T \frac{dP}{dT}]_v \text{div} \vec{v} + \rho \hat{C}_v \frac{DT}{Dt} = -\text{div} \vec{q} - P \text{div} \vec{v} - \vec{\tau} \cdot \text{div} \vec{v} \quad (20)$$

Il ne reste que:

$$\rho \hat{C}_v \frac{DT}{Dt} = -\text{div} \vec{q} - T \left( \frac{dP}{dT} \right)_{\hat{v}} \text{div} \vec{v} - \vec{\tau} \cdot \text{div} \vec{v} \quad (21)$$

On introduit la loi de Fourier

$$\vec{q} = -\lambda S \text{grad} T$$

On note que :  $-\vec{\tau} \cdot \text{div} \vec{v} = \eta \phi_v$

Tel que  $\vec{\tau}$  s'exprime en terme de gradient de vitesse ;

on obtient la forme simplifiée suivante.

$$\rho \hat{C}_v \frac{DT}{Dt} = \lambda S \nabla^2 T - T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_{\rho} \text{div} \vec{v} + \eta \phi_v$$

↙
↓

Conduction
expansion physique

$\eta \phi_v$  : Dissipation visqueuse (souvent négligeable pour les fluides peu visqueux)

(21) devient :

$$\rho \hat{C}_v \frac{\partial T}{\partial t} + \rho \hat{C}_v \vec{v} \text{grad} T = \lambda S \nabla^2 T - [\tau + T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_{\rho}] \text{div} \vec{v}$$

$$\vec{\tau} = -\eta \cdot \text{grad} \vec{v}$$

Donc

$$\rho \hat{C}_v \frac{\partial T}{\partial t} + \rho \hat{C}_v \vec{v} \text{grad} T - \lambda S \nabla^2 T - \tau \text{div} \vec{v} + T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_{\rho} \text{div} \vec{v} = \vec{0} \quad (22)$$

$\theta = cste$

$$\vec{\text{grad}}T = \begin{pmatrix} \frac{\partial T}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \\ \frac{\partial T}{\partial z} \end{pmatrix} = \vec{0}$$

$$\text{div}\vec{v} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rv_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

$$\text{div}\vec{v} = \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \quad (\theta = \text{cste})$$

$$\text{div}\vec{v} = \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

$$\begin{aligned} \nabla^2 T = \Delta T = \text{div}(\vec{\text{grad}}T) &= \text{div} \begin{pmatrix} \frac{\partial T}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \\ \frac{\partial T}{\partial z} \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \\ &= \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \left( \frac{\partial T}{\partial \theta} = 0 \right) \\ &= \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \\ v &= \begin{pmatrix} v_r \\ v_\theta \\ v_z \end{pmatrix} \end{aligned}$$

(22) qui s'écrit sous la forme :

$$\rho \hat{C}_v \frac{\partial T}{\partial t} + \rho \hat{C}_v \vec{v} \vec{\text{grad}}T - \lambda S \nabla^2 T + \vec{\tau} \cdot \text{div}\vec{v} + T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_\rho \text{div}\vec{v} = \vec{0}$$

En effet ;

$$\begin{aligned} \vec{v} \vec{\text{grad}}T &= (v_r, v_\theta, v_z) \begin{pmatrix} \frac{\partial T}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \\ \frac{\partial T}{\partial z} \end{pmatrix} \\ &= v_r \frac{\partial T}{\partial r} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} \end{aligned}$$

Le tenseur des contraintes  $\vec{\tau} = -\eta \cdot \text{grad} \vec{v}$  s'écrit en coordonnées cylindriques.

$$\tau_{rr} = -\eta \left[ 2 \frac{dv_r}{dr} - \frac{2}{3} \text{div} \vec{v} \right] \rightarrow \tau_{r\theta} = \tau_{\theta r} = - \left[ r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{v_\theta}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right] = 0$$

$$\tau_{\theta\theta} = -\eta \left[ 2 \left( \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r}{r} \right) - \frac{2}{3} \text{div} \vec{v} \right] \rightarrow \tau_{\theta z} = \tau_{z\theta} = -\eta \left[ \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} \right] = 0$$

$$\tau_{zz} = -\eta \left[ 2 \frac{\partial v_z}{\partial z} - \frac{2}{3} \text{div} \vec{v} \right] \rightarrow \tau_{zr} = \tau_{rz} = -\eta \left[ \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z} \right]$$

Les contraintes sont normales aux parois internes des tubes.

Donc

$$\begin{aligned} \vec{\tau} \text{div} \vec{v} &= -\eta \left[ 2 \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{2}{3} \text{div} \vec{v} \right] \left( \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \\ &= -2\eta \frac{v_r}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} - 2\eta \left( \frac{\partial v_r}{\partial r} \right)^2 - 2\eta \left( \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) \left( \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + \frac{2}{3} \eta \frac{v_r}{r} \text{div} \vec{v} + \frac{2}{3} \eta \left( \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) \text{div} \vec{v} + \frac{2}{3} \eta \left( \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \text{div} \vec{v} \\ &= -2\eta \frac{v_r}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} - 2\eta \left( \frac{\partial v_r}{\partial r} \right)^2 - 2\eta \left( \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) \left( \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + \frac{2}{3} \eta \left( \frac{v_r}{r} \right)^2 + \frac{2}{3} \eta \frac{v_r}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{2}{3} \eta \frac{v_r}{r} \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{2}{3} \eta \frac{v_r}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} \\ &\quad + \frac{2}{3} \eta \left( \frac{\partial v_r}{\partial r} \right)^2 + \frac{2}{3} \eta \frac{\partial v_r}{\partial r} \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{2}{3} \eta \frac{v_r}{r} \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{2}{3} \eta \frac{\partial v_r}{\partial r} \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{2}{3} \eta \left( \frac{\partial v_z}{\partial z} \right)^2 \\ &= \left( \frac{4}{3} \eta - 2\eta \right) \frac{v_r}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{4}{3} \eta \left( \frac{\partial v_r}{\partial r} \right)^2 - \frac{2}{3} \eta \frac{\partial v_r}{\partial r} \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{2}{3} \eta \left( \frac{v_r}{r} \right)^2 + \frac{4}{3} \eta \frac{v_r}{r} \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{2}{3} \eta \left( \frac{\partial v_z}{\partial z} \right)^2 \end{aligned}$$

D'après (22)

$$\rho \hat{C}_v \frac{\partial T}{\partial t} + \rho \hat{C}_v \vec{v} \text{grad} T - \lambda S \nabla^2 T + \vec{\tau} \cdot \text{div} \vec{v} + T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_\rho \text{div} \vec{v} = \vec{0}$$

$$\begin{aligned} \rho \hat{C}_v \frac{\partial T}{\partial t} + \rho \hat{C}_v v_r \frac{\partial T}{\partial r} + \rho \hat{C}_v v_z \frac{\partial T}{\partial z} - \lambda S \frac{\partial T}{\partial r} - \lambda S \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} - \lambda S \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{2}{3} \eta \frac{v_r}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} \\ - \frac{4}{3} \eta \left( \frac{\partial v_r}{\partial r} \right)^2 - \frac{2}{3} \eta \frac{\partial v_r}{\partial r} \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{2}{3} \eta \left( \frac{v_r}{r} \right)^2 + \frac{4}{3} \eta \frac{v_r}{r} \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{2}{3} \eta \left( \frac{\partial v_z}{\partial z} \right)^2 + T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_\rho \frac{v_r}{r} \\ + T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_\rho \frac{\partial v_r}{\partial r} + T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_\rho \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \end{aligned}$$

c-à-d

$$\begin{aligned}
& \rho \hat{C}_v \frac{\partial T}{\partial t} + \rho \hat{C}_v v_r \frac{\partial T}{\partial r} + \rho \hat{C}_v v_z \frac{\partial T}{\partial z} - \lambda S \frac{\partial T}{\partial r} - \lambda S \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} - \lambda S \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{2}{3} \eta \left( \frac{v_r}{r} \right)^2 \\
& - \frac{2}{3} \eta \frac{v_r}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{4}{3} \eta \left( \frac{\partial v_r}{\partial r} \right)^2 - \frac{2}{3} \eta \frac{\partial v_r}{\partial r} \frac{\partial v_z}{\partial z} - \frac{4}{3} \eta \frac{v_r}{r} \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{2}{3} \eta \left( \frac{\partial v_z}{\partial z} \right)^2 + T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_\rho \frac{v_r}{r} \\
& + T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_\rho \frac{\partial v_r}{\partial r} + T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_\rho \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0
\end{aligned}$$

$$\frac{dT}{dt} = v_r \frac{\partial T}{\partial r} + v_z \frac{\partial T}{\partial z}$$

$\ell = T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_\rho$  : Coefficient calorimétrique à vitesse constante.

$$\begin{aligned}
\Leftrightarrow & \rho \hat{C}_v \frac{\partial T}{\partial t} + \ell \frac{v_r}{r} + \frac{2}{3} \eta \left( \frac{v_r}{r} \right)^2 + \left( \ell - \frac{2}{3} \eta \frac{v_r}{r} \right) \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{4}{3} \eta \left( \frac{\partial v_r}{\partial r} \right)^2 + \left( \ell + \frac{4}{3} \eta \frac{v_r}{r} \right) \frac{\partial v_z}{\partial z} \\
& - \frac{2}{3} \eta \left( \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) \left( \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + \frac{2}{3} \eta \left( \frac{\partial v_z}{\partial z} \right)^2 + \left( \rho \hat{C}_v v_r - \frac{\lambda S}{r} \right) \frac{\partial T}{\partial r} - \lambda S \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \rho \hat{C}_v v_z \frac{\partial T}{\partial z} - \lambda S \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0
\end{aligned}$$

(23)

**ANNEXE : III**

**CONDITIONNEMENT**

**DE LA FLUIDITE DE L'ACIDE**

**ANNEXE : IV**

**CONDITIONNEMENT**

**DE LA FLUIDITE DE LA VAPEUR**

## II- CONDITIONNEMENT DE LA FLUIDITE D'ACIDE

### 1- Bilan microscopique de la matière coté tube

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\rho}{r} v_r + \rho \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_r \frac{\partial \rho}{\partial r} + \frac{\partial \rho}{\partial z} v_z + \rho \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial r} \cdot \frac{\partial r}{\partial t} + \frac{\partial \rho}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial \rho}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial t}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial r} v_r + \frac{\partial \rho}{\partial z} v_z$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial r} v_r + \frac{\partial \rho}{\partial z} v_z + \frac{\rho}{r} v_r + \rho \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial \rho}{\partial z} v_z + \rho \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$

$$2 \frac{\partial \rho}{\partial r} v_r + \frac{\rho}{r} v_r + \rho \frac{\partial v_r}{\partial r} + 2 \frac{\partial \rho}{\partial z} v_z + \rho \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (24)$$

### 2- Bilan microscopique de la quantité de mouvement coté tube

Suivant r

$$\begin{aligned} & \rho \frac{\partial v_r}{\partial t} - \frac{2}{3} \eta \frac{v_r}{r^2} + \rho \frac{v_r^2}{r} + \left( \frac{2}{3} \cdot \frac{\eta}{r} + \rho v_r \right) \cdot \frac{\partial v_r}{\partial r} + \rho v_r \frac{\partial v_z}{\partial z} \\ & - \frac{4}{3} \eta \frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + \frac{2}{3} \eta \cdot \frac{\partial^2 v_z}{\partial r \partial z} - \eta \frac{\partial^2 v_z}{\partial z \partial r} - \eta \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} + \frac{\partial P}{\partial r} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \rho v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \rho v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{2}{3} \eta \frac{v_r}{r^2} + \rho \frac{v_r^2}{r} + \frac{2}{3} \cdot \frac{\eta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} + \rho v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \rho v_r \frac{\partial v_z}{\partial z} \\ & - \frac{4}{3} \eta \frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + \frac{2}{3} \eta \frac{\partial^2 v_z}{\partial r \partial z} - \eta \frac{\partial^2 v_z}{\partial z \partial r} - \eta \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} + \frac{\partial P}{\partial r} = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

Lorsqu'on tenant compte les frottements sur les tubes.

$$\rightarrow \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{2\eta L}{r^2} \cdot \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{2\eta L}{r} \cdot \frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} \quad (26)$$

$$\begin{aligned}
& 2\rho v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \rho v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{2}{3} \eta \frac{v_r}{r^2} + \rho \frac{v_r^2}{r} + \frac{2}{3} \cdot \frac{\eta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} + \rho v_r \frac{\partial v_z}{\partial z} - \frac{4}{3} \cdot \eta \frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + \frac{2}{3} \eta \cdot \frac{\partial^2 v_z}{\partial r \partial z} \\
& - \eta \frac{\partial^2 v_z}{\partial z \partial r} - \eta \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} + \frac{2\eta L}{r^2} \cdot \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{2\eta L}{r} \cdot \frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} = 0 \\
& - \frac{2}{3} \eta \frac{v_r}{r^2} + \rho \frac{v_r^2}{r} + \left( \frac{2}{3} \cdot \frac{\eta}{r} + \frac{2\eta L}{r^2} \right) \frac{\partial v_r}{\partial r} + \rho \frac{\partial (v_r)^2}{\partial r} - \left( \frac{2\eta L}{r} + \frac{4}{3} \eta \right) \frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} \\
& + \rho v_r \frac{\partial v_z}{\partial z} + \rho v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{2}{3} \eta \cdot \frac{\partial^2 v_z}{\partial r \partial z} - \eta \frac{\partial^2 v_z}{\partial z \partial r} - \eta \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} = 0
\end{aligned} \tag{27}$$

Suivant z :

$$\begin{aligned}
& \rho \frac{\partial v_z}{\partial t} - \frac{2}{3} \eta \frac{v_r}{r^2} \cdot \frac{\partial r}{\partial z} + \rho v_z \frac{v_r}{r} + \rho v_z \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{2}{3} \eta \cdot \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial z} \\
& + \rho v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} - \eta \frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} - \eta \frac{\partial^2 v_r}{\partial r \partial z} + \frac{2}{3} \eta \frac{\partial^2 v_r}{\partial z \partial r} - \frac{4}{3} \eta \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} - \rho g + \frac{\partial P}{\partial z} = 0
\end{aligned}$$

r et z deux variables indépendants ==> (dr/dz) = 0

$$\text{et } \frac{\partial v_z}{\partial t} = v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

$$\begin{aligned}
& \rho v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \rho v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} + \rho v_z \frac{v_r}{r} + \rho v_z \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{2}{3} \eta \cdot \frac{\partial v_r}{\partial z} + \rho v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} - \eta \frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} \\
& - \eta \frac{\partial^2 v_r}{\partial r \partial z} + \frac{2}{3} \eta \frac{\partial^2 v_r}{\partial z \partial r} - \frac{4}{3} \eta \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} - \rho g + \frac{\partial P}{\partial z} = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\rightarrow & \rho \frac{v_z v_r}{r} + \rho \frac{\partial (v_r v_z)}{\partial r} - \eta \frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \rho \frac{\partial (v_z)^2}{\partial z} + \frac{2}{3} \eta \cdot \frac{\partial v_r}{\partial z} - \eta \frac{\partial^2 v_r}{\partial r \partial z} + \frac{2}{3} \eta \frac{\partial^2 v_r}{\partial z \partial r} \\
& - \frac{4}{3} \eta \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} - \rho g + \frac{\partial P}{\partial z} = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \rho v_z \frac{v_r}{r} + \rho v_z \frac{dv_r}{dr} + \rho v_r \frac{dv_z}{dr} + \rho \frac{d(v_z)^2}{dz} - \eta \frac{d^2 v_z}{dr^2} + \frac{2}{3} \eta \cdot \frac{dv_r}{dz} - \eta \frac{d^2 v_r}{dr dz} \\
& + \frac{2}{3} \eta \frac{d^2 v_r}{dz dr} - \frac{4}{3} \eta \frac{d^2 v_z}{dz^2} - \rho g + \frac{dP}{dz} = 0
\end{aligned} \tag{28}$$

Conditions aux limites et initiales.

$$0 < r < R_i \quad r = R_i \implies v_r = 0$$

$$1567 < \rho < 1631 \quad \Delta P = 0,5 \text{ bar abs}$$

2,46 bar abs < P < 2,96 bar abs

### 3- bilan microscopique de l'énergie coté tube

$$\begin{aligned}
 & \rho \hat{C}_v \frac{\partial T}{\partial t} + \ell \frac{v_r}{r} + \frac{2}{3} \eta \left( \frac{v_r}{r} \right)^2 + \left( \ell - \frac{2}{3} \eta \frac{v_r}{r} \right) \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{4}{3} \eta \left( \frac{\partial v_r}{\partial r} \right)^2 + \left( \ell + \frac{4}{3} \eta \frac{v_r}{r} \right) \frac{\partial v_z}{\partial z} \\
 & - \frac{2}{3} \eta \left( \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) \left( \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + \frac{2}{3} \eta \left( \frac{\partial v_z}{\partial z} \right)^2 + \left( \rho \hat{C}_v v_r - \frac{\lambda S_i}{r} \right) \frac{\partial T}{\partial r} - \lambda S_i \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \\
 & \rho \hat{C}_v v_z \frac{\partial T}{\partial z} - \lambda S_i \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0
 \end{aligned} \tag{29}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial T}{\partial t} &= \frac{\partial T}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t} \\
 &= v_r \frac{\partial T}{\partial r} + v_\theta \frac{\partial T}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} \\
 &= v_r \frac{\partial T}{\partial r} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} \\
 & \ell \frac{v_r}{r} + \frac{2}{3} \eta \left( \frac{v_r}{r} \right)^2 + \left( \ell - \frac{2}{3} \eta \frac{v_r}{r} \right) \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{4}{3} \eta \left( \frac{\partial v_r}{\partial r} \right)^2 + \left( \ell + \frac{4}{3} \eta \frac{v_r}{r} \right) \frac{\partial v_z}{\partial z} \\
 & - \frac{2}{3} \eta \left( \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) \left( \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + \frac{2}{3} \eta \left( \frac{\partial v_z}{\partial z} \right)^2 + \left( 2\rho \hat{C}_v v_r - \frac{\lambda S_i}{r} \right) \frac{\partial T}{\partial r} - \lambda S_i \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \\
 & 2\rho \hat{C}_v v_z \frac{\partial T}{\partial z} - \lambda S_i \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0
 \end{aligned} \tag{30}$$

$$\ell = T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right) \rho$$

$\ell$  : Coefficient calorimétrique à volume constante est déterminé à partir de l'expérience (pilote à proyon)

A partir de la courbe d'ébullition  $P = f(T)$

La courbe est linéaire à  $84 < T < 89$

$$P = aT + C \quad ?$$

$S_i$  surface moyenne de la partie tube

$$\eta = 16 \quad CP = 16 \cdot 10^{-3} \text{ Kg/m.s}$$

$$1 \text{ Kg/m.s} = 1000 \text{ cP}$$

$$\eta = 0,016 \text{ Kg/m.s}$$

N.B :  $\eta$  est fonction de la température, mais elle est constante dans  $T(^{\circ}C) \in [84,89]$

$$C_p - C_v = l \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$$

Le débit à travers les tubes est constant

$$\left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = 0$$

$$C_p - C_v = 0 \quad C_p \approx C_v$$

$$C_p = 0,603 \text{ Kcal /}^{\circ}\text{C Kg (55\% P}_2\text{O}_5)$$

Généralement la différence entre les coefficients  $C_p$  et  $C_v$ , c'est-à-dire entre H et EI

$$H = EI + PV$$

PV : Correspond à un travail c'est à dire une énergie de type mécanique beaucoup plus faible.

#### ☛ Conditions aux limites et initiales

$$0 < r < R_i$$

$$84 < T < 89$$

$$1567 < \rho < 1631$$

$$t = 0 ; z = 0 ; T_0 = T_f^i = 84^{\circ}\text{C}$$

$$t = t_f ; z = L ; T_f = T_f^f = 89^{\circ}\text{C}$$

$$T_f^f - T_f^i = 5^{\circ}\text{C}$$

$$\theta_i = \frac{\Phi}{2h_i\pi R_i} + t_i = -\frac{\Phi}{2\lambda\pi L} \ln \frac{R_e}{R_i} + \theta_e$$

$$\theta_i = t_i + \frac{\Phi}{2h_i\pi R_i} = \theta_i - \frac{\Phi}{2\lambda\pi L} \ln \frac{R_e}{R_i}$$

### **III- CONDITIONNEMENT DE LA FLUIDITE DE LA VAPEUR**

A partir de trois équations fondamentales de conservation, on conditionne la fluidité de la vapeur d'eau dans l'échangeur coté calandre.

#### **1- L'équation de la conservation de la quantité de matière coté calandre**

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \rho \vec{v} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \text{div} \vec{v} + \vec{v} \text{grad} \rho = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \left( \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + (v_r, v_\theta, v_z) \begin{pmatrix} \frac{\partial \rho}{\partial r} \\ r \frac{\partial \rho}{\partial \theta} \\ \frac{\partial \rho}{\partial z} \end{pmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \left( \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + v_r \frac{\partial \rho}{\partial r} + v_z \frac{\partial \rho}{\partial z} = 0$$

Avec :  $v_\theta = 0$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial t} + \frac{\partial \rho}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial \rho}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t} = v_r \frac{\partial \rho}{\partial r} + v_z \frac{\partial \rho}{\partial z}$$

$$\Leftrightarrow \rho \frac{v_r}{r} + \rho \frac{\partial v_r}{\partial r} + \rho \frac{\partial v_z}{\partial z} + 2v_r \frac{\partial \rho}{\partial r} + 2v_z \frac{\partial \rho}{\partial z} = 0 \quad (31)$$

#### **2- Bilan microscopique de la quantité de mouvement coté calandre**

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho \vec{v} \text{div} \vec{v} + \text{grad} P + \text{div} \vec{\tau} - \rho \vec{g} = \vec{0} \quad (32)$$

La vapeur n'est pas visqueuse :  $\text{div} \vec{\tau} = \vec{0} \Rightarrow \vec{\tau} = \vec{0}$

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho \vec{v} \text{div} \vec{v} + \text{grad} P - \rho \vec{g} = \vec{0} \quad (33)$$

$$\rho \vec{v} \operatorname{div} \vec{v} = \begin{pmatrix} \rho \frac{v_r^2}{r} + \rho v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \rho v_r \frac{\partial v_z}{\partial z} \\ 0 \\ \rho v_z \frac{v_r}{r} + \rho v_z \frac{\partial v_r}{\partial r} + \rho v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{pmatrix}$$

**En projetant :**

▪ **suivant (r)**

$$\Rightarrow \rho \frac{\partial v_r}{\partial t} + \rho \frac{v_r^2}{r} + \rho v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \rho v_r \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{\partial P}{\partial r} = 0$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} = v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z}$$

$$\Rightarrow \rho \frac{v_r^2}{r} + 2\rho v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \rho v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} + \rho v_r \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{\partial P}{\partial r} = 0$$

$$\Rightarrow \rho \frac{v_r^2}{r} + \rho \frac{\partial (v_r)^2}{\partial r} + \rho \frac{\partial (v_r v_z)}{\partial z} + \frac{\partial P}{\partial r} = 0 \quad (34)$$

▪ **Suivant (θ)**

$$\frac{\partial P}{\partial \theta} = 0 \quad (35)$$

▪ **Suivant (z)**

$$\rho \frac{\partial v_z}{\partial t} + \rho v_z \frac{v_r}{r} + \rho v_z \frac{\partial v_r}{\partial r} + \rho v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{\partial P}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} = v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

$$\rho v_z \frac{v_r}{r} + \rho v_z \frac{\partial v_r}{\partial r} + 2\rho v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} + \rho v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial P}{\partial z} = 0$$

$$\Leftrightarrow \rho \frac{v_r v_z}{r} + \rho \frac{\partial (v_r v_z)}{\partial r} + \rho \frac{\partial (v_z)^2}{\partial z} + \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \quad (36)$$

☛ **Conditions aux limites**

$$R_e < r < R$$

$$1.3 < P < 2.8$$

$$0.74 < \rho < 1.52$$

$$t = 0 \quad z = L$$

$$r = R_e \Rightarrow v_r = 0$$

### 3- bilan microscopique de l'énergie coté calandre

$$\rho \hat{c}_v \frac{DT}{Dt} = \lambda S_e \Delta T - T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_\rho \operatorname{div} \vec{v} + \eta \Phi \quad (37)$$

Avec :  $\vec{\tau} \operatorname{div} \vec{v} = \eta \Phi$

La vapeur n'est pas visqueuse :  $\eta \approx 0$

D'après la formule de Duperray.

$$P = 0.98 \left( \frac{T}{100} \right)^4 \quad P : \text{en kgf/cm}^2 \quad (\text{pression absolue})$$

$$T : \text{en } ^\circ\text{C}$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \rho \hat{c}_v \frac{DT}{Dt} &= \lambda S_e \Delta T - \frac{T}{(100)^4} * \frac{\partial T^4}{\partial T} \operatorname{div} \vec{v} \\ \Leftrightarrow \rho \hat{c}_v \frac{\partial T}{\partial t} + \rho \hat{c}_v \vec{v} \operatorname{grad} T &= \lambda S_e \Delta T - \frac{4T^4}{(100)^4} \operatorname{div} \vec{v} \end{aligned} \quad (38)$$

Sachant que :

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \operatorname{div} \text{-----} > \text{vecteur}$$

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \operatorname{grad} \text{-----} > \text{scalaire}$$

$$\operatorname{div} \vec{v} = \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial T}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t} = v_r \frac{\partial T}{\partial r} + v_z \frac{\partial T}{\partial z}$$

$$\nabla^2 T = \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$$

$$\vec{v} \operatorname{grad} T = (v_r, v_\theta, v_z) \begin{pmatrix} \frac{\partial T}{\partial r} \\ \frac{\partial T}{r \partial \theta} \\ \frac{\partial T}{\partial z} \end{pmatrix} = v_r \frac{\partial T}{\partial r} + v_z \frac{\partial T}{\partial z}$$

$$\Rightarrow \rho \hat{c}_v v_r \frac{\partial T}{\partial r} + \rho \hat{c}_v v_z \frac{\partial T}{\partial z} + \rho \hat{c}_v v_r \frac{\partial T}{\partial r} + \rho \hat{c}_v v_z \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\lambda S_e}{r} \frac{\partial T}{\partial r}$$

$$+ \lambda S_e \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \lambda S_e \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{4T^4}{(100)^4} \left( \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right)$$

$$\Rightarrow 2\rho\bar{c}_v v_r \frac{\partial T}{\partial r} + 2\rho\bar{c}_v v_z \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\lambda S_e}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \lambda S_e \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \lambda S_e \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{4T^4}{(100)^4} \frac{v_r}{r} - \frac{4T^4}{(100)^4} \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{4T^4}{(100)^4} \frac{\partial v_z}{\partial z} \quad (39)$$

$$\bar{C}_p \approx \bar{C}_v = \begin{cases} 0.5263 \dots \dots \dots \text{vapeursaturée} \\ 0.4615 \dots \dots \dots \text{vapeursurchauffée} \end{cases}$$

☛ **Conditions initiales et aux limites**

$$R_e < r < R$$

$$T = 0, z = L \quad T_f = T_c^f = 110^\circ C$$

$$T_0 = T_c^i = 130^\circ C$$

$$T_c^i - T_c^f = 20^\circ C$$

$$* q_v = n\pi(R^2 - R_e^2)v_1$$

$$* q_m = \rho q_v$$

$$* \theta_e = t_e - \frac{\Phi}{h_e 2\pi R_e} = \theta_i + \frac{\Phi}{\lambda 2\pi L} \ln \frac{R_e}{R_i}$$

La vapeur n'est pas visqueuse :  $\Leftrightarrow \vec{\tau} = \vec{0}$

$$\text{Donc } \begin{cases} \text{div} \vec{v} - 3 \frac{\partial v_r}{\partial r} = 0 \\ \text{div} \vec{v} - 3 \frac{v_r}{r} = 0 \\ \text{div} \vec{v} - 3 \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{div} \vec{v} = 3 \frac{\partial v_r}{\partial r} = 3 \frac{v_r}{r} = \frac{\partial v_z}{\partial z} \\ \frac{\partial v_r}{\partial r} = \frac{v_r}{r} = \frac{\partial v_z}{\partial z} \\ \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \end{cases}$$

Les équations des bilans s'écrivent comme suit:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \left( \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + 2v_r \frac{\partial \rho}{\partial r} + 2v_z \frac{\partial \rho}{\partial z} = 0 \\ \rho \frac{v_r^2}{r} + \frac{\partial (v_r)^2}{\partial r} + \rho \frac{\partial (v_r v_z)}{\partial z} + \frac{\partial P}{\partial r} = 0 \\ \rho \frac{v_r v_z}{r} + \rho \frac{\partial (v_r v_z)}{\partial r} + \rho \frac{\partial (v_z)^2}{\partial z} + \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \\ 2\rho\bar{c}_v v_r \frac{\partial T}{\partial r} + 2\rho\bar{c}_v v_z \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\lambda S_e}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \lambda S_e \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \lambda S_e \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{12T^4}{(100)^4} \frac{v_r}{r} \end{array} \right.$$

C'est à dire:

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 3\rho \frac{v_r}{r} + 2v_r \frac{\partial \rho}{\partial r} + 2v_z \frac{\partial \rho}{\partial z} = 0 \\ 4\rho \frac{v_r^2}{r} + \rho v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial P}{\partial r} = 0 \\ \rho v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + 4\rho \frac{v_r v_z}{r} + \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \\ \left( 2\rho\bar{c}_v v_r - \frac{\lambda S_e}{r} \right) \frac{\partial T}{\partial r} - \lambda S_e \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{12T^4}{(100)^4} \frac{v_r}{r} = -2\rho\bar{c}_v v_z \frac{\partial T}{\partial z} + \lambda S_e \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \end{array} \right. \quad (40)$$

## ***REFERENCES***

- [1] ETEX; Manuel Opérateur de transformateur de la vapeur, Projet 8MA 640/B/PLE/009-Res 0.
- [2] RAPPORT DE LA DIRECTION DE LA DIRECTION DE LA PRODUCTION ET DU TRANSPORT: Le conditionnement des eaux des générateurs de vapeur à réservoir:Consignes d'exploitation.
- [3] DOCUMENTS DU UNION DES INDUSTRIES DE LA FERTILISATION, 14 rue de la République, Cedex 99, 92902 Paris La Défense.
- [4] PRAYON; Connaissances théorique et contrôle de l'usine ENGIN édition 1998.
- [5] DOCUMENTS PRAYON RUPEL TECHNOLOGIES; Test du phosphates de k09 (MAROC), ENGIN édition 1998.
- [6] DOCUMENTS PRAYON RUPEL TECHNOLOGIES; Philosophie de base de la production d'acide phosphorique ENGIN édition 1998.
- [7] PRAYON ; Propriété Physique d'acide phosphorique, édition 1998.
- [8] STORCK ; Génie de procédés, Lavoisier, Paris (1993)
- [9] J. VILLERMAUX ; Génie de la réaction chimique, 2<sup>ème</sup> édition, Paris (1995)
- [10] TEMA (Tubular Exchanger Manufacturers Association) Edition1988.
- [11] B2J INDUSTRIE INGENIERIE GENERALE; Note de calcul n°002598/N01 Rev A (1998).
- [12] RENE BOUISE; Traité pratique de chauffage, édition J - BBAILLIERE (1995).
- [13] ROBERT H PERRY, DON REEN (Mc Grawhill éditions), Perry's chemical Engineers'handbook" (6<sup>ème</sup>édition).
- [14] JOSEPH LIETO; Le génie chimique à l'usage des chimistes, Paris (1998).
- [15] ANGLARET –KAZMIERCZAK; Technologie Génie Chimique Tome 1 EYGLUNENT, HERMES; Manuel de thermique, édition 1998

- [16] Techniques de l'ingénieur: articles relatifs aux échangeurs de chaleur
- [17] INFORMATIONS D'EUROPHOS, 101 rue J. Wauters, B-4480 Engis, Belgique
- [18] PIERRE BACHMANN PAUL TISSOT; Précis de génie chimique, édition 1997
- [19] DOCUMENTS DU ENSIVAL pompes industrielles; Support de formation industrielles, Belgique.