Université Cadi Ayyad
Faculté Poly-Disciplinaire
Département de Physique
SAFI

Année Universitaire 2016/2017
Filière : SMPC-SMIA

Travaux dirigés
de mécanique du point

Préparé par : Pr. Abdelaziz LABRAG

08 Octobre 2016

Université Cadi Ayyad
Faculté Poly-Disciplinaire
Département de Physique
SAFI

Année Universitaire 2016/2017
Filière : SMPC-SMIA

TD N°1 : Mécanique du Point

Exercice 1 :

On considère deux vecteurs dans une base $B(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ orthonormée : $\vec{V}_1 = 3\vec{i}+4\vec{j}-5\vec{k}$ et $\vec{V}_2 = -\vec{i}+2\vec{j}+6\vec{k}$
Calculer : a) leur module ; b) leur produit scalaire ; c) leur angle ; d) les composantes (cosinus directeur) de leurs vecteurs unitaires ; e) le produit vectoriel $\vec{V}_1 \Lambda \vec{V}_2$; Que signifie le module $\|\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2\|$

Exercice 2 :

Un point M de l'espace peut être représenté soit par :

- Les coordonnées cartésiennes (x, y, z) de base $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$,
- Les coordonnées cylindriques (ρ, φ, z) de base $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_z)$,
- Les coordonnées sphériques (r,θ,φ) de base $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\varphi)$.

1. Donner l'expression des bases $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_z)$ et $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\varphi)$ en fonction de $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$
2. Soit le référentiel $R(O,x,y,z)$de base cartésienne$(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$. Calculer :

   a) $\left.\dfrac{d\overrightarrow{e_\rho}}{d\varphi}\right|_R$; $\left.\dfrac{d\overrightarrow{e_\varphi}}{d\varphi}\right|_R$ dans$(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$. En déduire leurs expressions dans$(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_z)$.

   b) $\dfrac{\partial\overrightarrow{e_r}}{\partial\theta}$; $\dfrac{\partial\overrightarrow{e_r}}{\partial\varphi}$; $\dfrac{\partial\overrightarrow{e_\theta}}{\partial\theta}$; $\dfrac{\partial\overrightarrow{e_\theta}}{\partial\varphi}$; $\dfrac{\partial\overrightarrow{e_\varphi}}{\partial\theta}$; $\dfrac{\partial\overrightarrow{e_\varphi}}{\partial\varphi}$ les exprimer dans la base $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\varphi)$.

   c) En déduire $\left.\dfrac{d\overrightarrow{e_r}}{dt}\right|_R$; $\left.\dfrac{d\overrightarrow{e_\theta}}{dt}\right|_R$; $\left.\dfrac{d\overrightarrow{e_\varphi}}{dt}\right|_R$.
3. Déterminer, à l'aide d'un schéma, l'expression du vecteur déplacement élémentaire $d\overrightarrow{OM}$ dans les trois systèmes de coordonnées. En déduire :

   a) L'élément de surface normal à $\vec{e}_z$ et l'élément de volume d'un cylindre.

   b) L'élément de surface normal à $\vec{e}_\varphi$ et celui de volume dV d'une sphère.

Exercice 3 :

Un point matériel M se déplace dans le plan (xoy) d'un repère fixe $R(O,x,y,z)$.
La position de M est repérée par les paramètres ρ et θ tels que : $\rho(t) = \rho_0\, e^{\theta(t)}$ où t est le temps et $\theta(t) = \omega t$ avec $\omega = cte$ N.B : Tous les résultats doivent être exprimés dans la base $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta, \vec{k})$

1. a. Donner l'expression du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ en fonction de ρ_0, ω et t.
   b. Déterminer le vecteur vitesse de M et calculer son module.
   c. Déterminer le vecteur unitaire tangent $\vec{e}_t$ à la trajectoire de M.
   d. Calculer l'expression de l'accélération tangentielle γ_t de l'accélération de M par rapport à R $\vec{\gamma}(M/R)$.
2. a. Sachant que la base $(\vec{e}_t, \vec{e}_n, \vec{k})$ est une base orthonormée et directe, déterminer le vecteur unitaire $\vec{e}_n$ normale à la trajectoire.
   b. Déterminer l'expression du vecteur accélération de M par rapport à R et calculer son module.
3. a. Sachant que $\vec{\gamma}(M/R) = \gamma_n\, \vec{e}_n + \gamma_t\, \vec{e}_t$, calculer l'expression de l'accélération normale γ_n.
   b. En déduire le rayon de courbure R_c de la trajectoire de M à l'instant t.
4. Calculer la distance parcourue par M sur sa trajectoire entre les instants $t = 0$ et $t = \dfrac{1}{\omega}$.

TD N°2 : Mécanique du Point

Exercice 1 :

On considère un cylindre d'axe vertical, circulaire de rayon R et de hauteur h=$2\pi R$, auquel est lié le repère cartésien orthonormé direct (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$, $\vec{k}$) supposé galiléen (voir figure1).

La surface latérale du cylindre porte un tube mince de forme hélicoïdale, d'extrémités H et B, dans lequel se déplace un point matériel M. Les équations paramétriques de la trajectoire du point M sont données par :

$$\begin{cases} x = R\cos\theta \\ y = R\sin\theta \\ z = R(2\pi - \theta) \\ avec\ 0 \leq \theta \leq 2\pi \end{cases}$$

En particulier, le point H correspond à $\theta = 0$ et le point B à $\theta = 2\pi$.

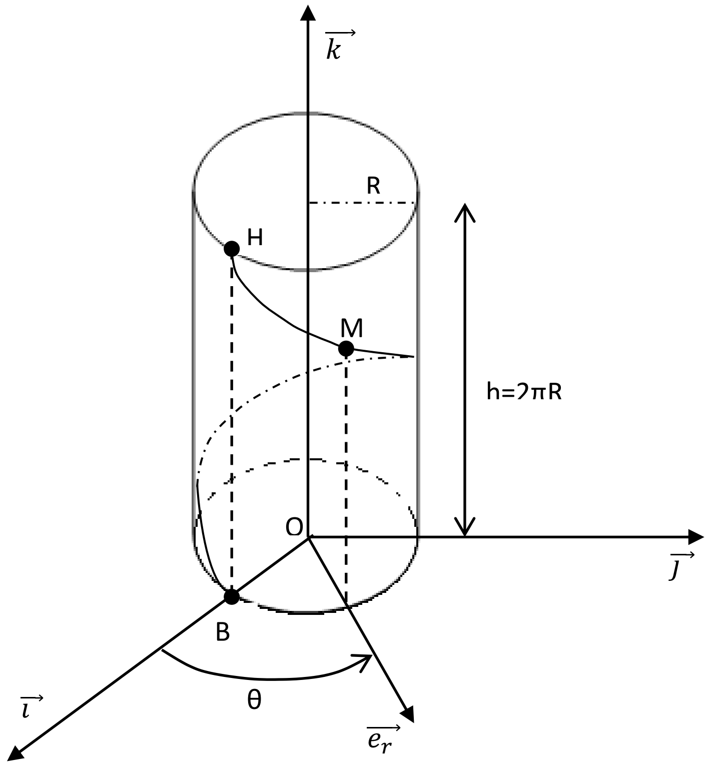


Figure 1

1. Ecrire le vecteur position du point M dans la base cylindrique habituelle ($\vec{e}_r$,$\vec{e}_\theta$, $\vec{k}$).
2. Ecrire de même le vecteur vitesse du point M. Quelle est sa norme ?
3. Déterminer une relation entre l'abscisse curviligne s(t) du point M et l'angle $\theta(t)$, sachant que s=0 lorsque $\theta = 0$.
4. Montrer que le vecteur unitaire tangent au point M est :

$$\vec{T} = \frac{1}{\sqrt{2}}(-\sin\theta\vec{\imath} + \cos\theta\,\vec{\jmath} - \vec{k})$$

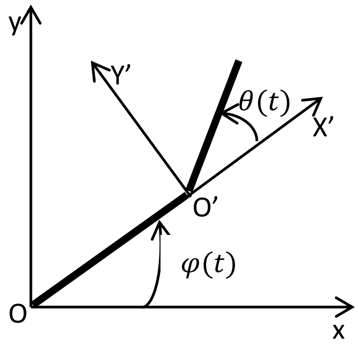
5. Ecrire le vecteur accélération du point M dans la base cylindrique, et calculer sa norme.
6. En déduire, en fonction de R, de θ et de ses dérivées, l'accélération tangentielle, l'accélération normale du point M ainsi que le rayon de courbure ρ de la trajectoire en M.
7. Exprimer les trois vecteurs ($\vec{T}, \vec{N}, \vec{B}$) de la base de Frenet à l'aide des vecteurs ($\vec{e}_r$,$\vec{e}_\theta$, $\vec{k}$).

Exercice 2 :

Un système est constitué de deux tiges OO' et O'M , de longueurs respectivement L et D , reliées entre elles par une articulation **parfaite** en O'.

Soit R(O,X,Y,Z) un repère orthonormé direct de base $(\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ lié au point O. Le point O' décrit par rapport à O, une trajectoire circulaire de rayon L, dans le plan XOY, avec une vitesse angulaire $\vec{\Omega}$. Dans le même plan, le point M est en rotation autour de O', avec la vitesse angulaire $\vec{\omega}$.

Soit R'(O',X',Y',Z') un repère orthonormé direct de base $(\vec{\imath'},\vec{\jmath'},\vec{k'})$ lié au point mobile O'. L'axe O'X' est confondu avec la direction OO' (voir figure 2).
Les angles $\theta(t) et\ \varphi(t)$ évoluent de manière quelconque.



$figure\ 2$

1. Exprimer les vecteurs unitaires $\vec{\imath'},\vec{\jmath'}\ et\ \vec{k'}$ du repère R' dans la base $(\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$,

   en déduire $\frac{d\vec{\imath'}}{dt}$, $\frac{d\vec{\jmath'}}{dt}$ et $\frac{d\vec{k'}}{dt}$ $en\ fonction\ de\ \dot{\varphi},\vec{\imath'}\ ,\vec{\jmath'}\ et\ \vec{k'}$.
2. Exprimer les vecteurs vitesses rotations $\vec{\Omega}(R'/R) et\ \vec{\omega}$ dans la base $(\vec{\imath'},\vec{\jmath'},\vec{k'})$.
3. Donner, dans la base relative $(\vec{\imath'},\vec{\jmath'},\vec{k'})$, les vecteurs positions $\overrightarrow{O'M}\ et\ \overrightarrow{OM}$.
4. Calculer directement le vecteur vitesse et le vecteur accélération du point M dans le référentiel R(O,X,Y,Z), on les exprimera dans la base $(\vec{\imath'},\vec{\jmath'},\vec{k'})$.
5. Déterminer, dans la base $(\vec{\imath'},\vec{\jmath'},\vec{k'})$, les expressions des vecteurs :
   a) Vitesse relative et accélération relative de M.
   b) Vitesse, accélération d'entraînement et accélération de Coriolis.

Université Cadi Ayyad
Faculté Poly-Disciplinaire
Département de Physique
SAFI

Année Universitaire 2016/2017
Filière : SMPC-SMIA

TD N°3 : Mécanique du Point

Exercice 1 :

Soit R(O,x,y,z) un référentiel galiléen (considéré ici comme repère absolu) muni de la base $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ et $R_1(O_1, x_1,y_1,z_1=z)$ le repère relatif lié à la tige (T) et muni de la base $(\vec{e}_\rho,\vec{e}_\varphi,\vec{k})$. la tige (T) (confondue avec l'axe O_1x_1) tourne autour de l'axe Oz avec une vitesse angulaire de rotation ω constante et positive, tel que $\vec{\Omega}_{R_1/R} = \omega\vec{k}$.

L'extrémité O_1 de la tige, se déplace sur l'axe Oz avec une vitesse V_0 constante telle que : $\vec{V}(O_1)/R = \dot{z}\vec{k} = V_0\vec{k}$.

A l'instant t=0, le point O_1 est confondu avec O.

Un petit anneau M de masse m se déplace **sans frottement** sur la tige (T). Il est attaché à l'extrémité d'un ressort de raideur k et de longueur à vide l_0 . L'autre extrémité du ressort est fixée en O_1 (voir figure 1).

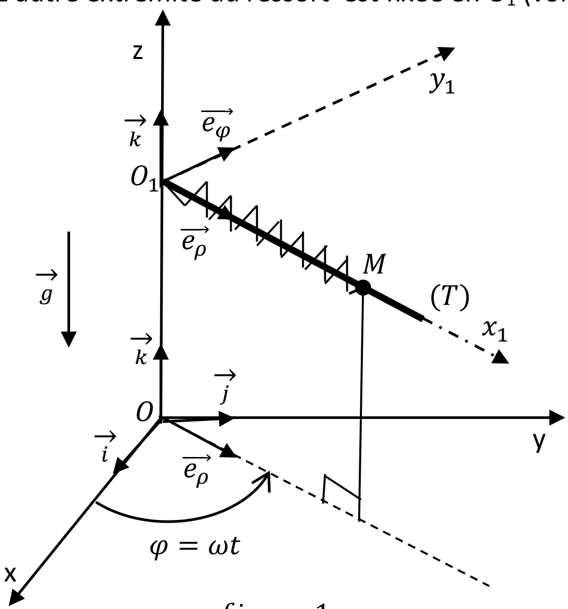


figure 1

Le ressort exerce sur l'anneau M la force $\vec{F} = -k(\rho - l_0)\vec{e}_\rho$.

On donne $\varphi = (\vec{i},\vec{e}_\rho) = \omega t \;\; et \;\; \|\overrightarrow{O_1M}\| = \rho$.

Dans la suite du problème toutes les grandeurs vectorielles doivent être exprimées dans la base $(\vec{e}_\rho,\vec{e}_\varphi,\vec{k})$.

1. Exprimer le vecteur position $\overrightarrow{OM}$ en fonction de , V_0 et t .
2. Calculer directement l'expression de :
a) La vitesse absolue de M : $\vec{V}_a(M)$ et de l'accélération absolue de M : $\vec{\gamma}_a(M)$.
3. Déterminer l'expression de :
a) L'accélération relative de M : $\vec{V}_r(M)$ et de la vitesse d'entraînement de M : $\vec{V}_e(M)$.
4. Calculer l'expression de :
a) L'accélération relative : $\vec{\gamma}_r(M)$, de l'accélération d'entraînement : $\vec{\gamma}_e(M)$ et de l'accélération de Coriolis : $\vec{\gamma}_c(M)$.
5. Les lois de composition des vitesses et des accélérations sont-elles vérifiées ?
6.
a) Donner les expressions vectorielles de toutes les forces qui s'appliquent à M dans R1.
b) Appliquer à M le principe fondamental de la dynamique dans le repère relatif R_1.
7. En projetant l'équation vectorielle obtenue de ce principe dans la base $(\vec{e}_\rho,\vec{e}_\varphi,\vec{k})$, déduire :
a) L'équation différentielle du mouvement de M le long de la tige (T).
b) Les composantes de la réaction $\vec{R}$.

Exercice 2 :

Une tige OA de longueur a, tourne autour d'un point O à vitesse angulaire constante dans un plan horizontal. Un point matériel M de masse m est mobile **sans frottement** dans ce plan. Le référentiel terrestre R_0 considéré comme galiléen, il est rapporté au repère orthonormé direct $R_0(O,X_0,Y_0,Z_0)$ repère fixe de base $(\vec{\imath}_0, \vec{\jmath}_0, \vec{k}_0)$, Z_0 verticale **ascendante**. On note R_1 le référentiel rapporté au repère orthonormé direct $R_1(O,X_1,Y_1,Z_1)$ de base $(\vec{\imath}_1, \vec{\jmath}_1, \vec{k}_1)$ tel que $Z_1 = Z_0$. Le repère R_1 rigidement lié à la tige OA se déduit à chaque instant de $R_0(O,X_0,Y_0,Z_0)$ par une rotation d'angle $\theta(t) = \omega t$, autour de l'axe OZ_0 . On note de nouveau, R_2 le référentiel rapporté au repère orthonormé direct $R_2(A,X_2,Y_2,Z_2)$ de base $(\vec{\imath}_2, \vec{\jmath}_2, \vec{k}_2)$ tel que $Z_1 = Z_2$. Le repère R_2 tel que $A\vec{\imath}_2$ soit colinéaire à $\overrightarrow{AM}$, et se déduit à chaque instant de $R_1(A,X_1,Y_1,Z_1)$ par une rotation d'angle $\alpha(t)$, autour de l'axe AZ_1, où $\alpha(t)$ est une fonction quelconque du temps t.

On pose $\overrightarrow{OA} = a\vec{\imath}_1$ et $\overrightarrow{AM} = r(t)\vec{\imath}_2$ où r(t) est une fonction inconnue du temps t et $\dot{\theta}(t) = \omega$. En plus de son poids $\vec{P} = mg\vec{k}_0$ et de la réaction du plan $\vec{R} = N\vec{k}_0$, le point M est soumis à une force de rappel $\vec{F} = -kr\vec{\imath}_2$ où k>0.

Considérons $R_0(O,X_0,Y_0,Z_0)$comme repère absolu et $R_1(A,X_1,Y_1,Z_1)$ comme repère relatif.

Tous les résultats doivent être exprimés dans la base $(\vec{\imath}_2, \vec{\jmath}_2, \vec{k}_2)$.

Partie I : Cinématique

1. Définir puis calculer :
   a) La vitesse relative $\vec{V}_r(M) = \vec{V}(M/R_2)$.
   b) L'accélération relative $\vec{\gamma}_r(M) = \vec{\gamma}(M/R_2)$.
2. Calculer les vecteurs rotations instantanés : $\vec{\Omega}(R_1/R_0)$ et $\vec{\Omega}(R_2/R_1)$. En déduire $\vec{\Omega}(R_2/R_0)$.
3. Définir puis calculer :
   a) La vitesse d'entraînement : $\vec{V}_e(M) = \vec{V}(M \in R_2/R_0)$.
   b) La vitesse d'entraînement : $\vec{\gamma}_e(M) = \vec{\gamma}(M \in R_2/R_0)$.
   c) L'accélération de Coriolis : $\vec{\gamma}_c(M)$.

Partie II : Dynamique

1. Faire le bilan des forces qui s'exercent sur M dans R_2 et exprimer chacune d'elles dans la base $(\vec{\imath}_2, \vec{\jmath}_2, \vec{k}_2)$.
2. Ecrire le PFD appliqué au mouvement de M dans R_2 et faire la projection suivant les vecteurs de la base $(\vec{\imath}_2, \vec{\jmath}_2, \vec{k}_2)$.
3. Etablir les deux équations du mouvement vérifiées par r(t) et $\alpha(t)$.
4. Déterminer les deux positions d'équilibre M_1 et M_2 du point M relativement au repère R_2 correspondant à r et α constants. A quelles conditions ces positions existent-elles ?

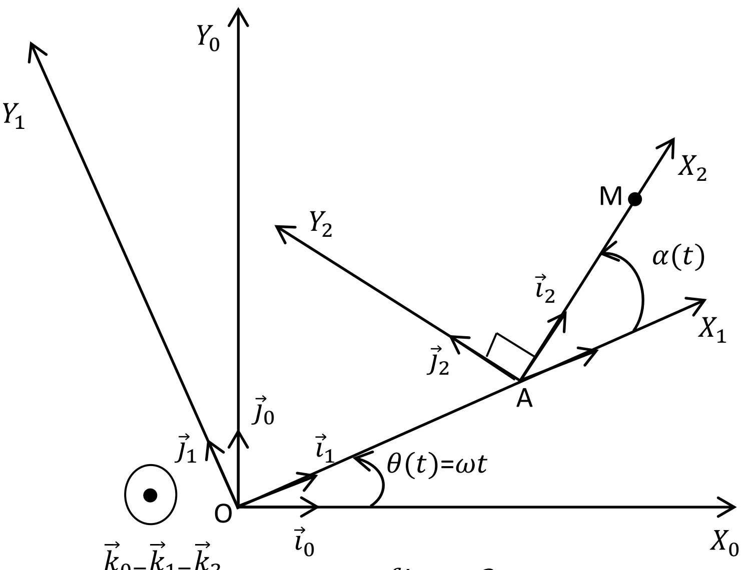


figure 2

TD N°4 : Mécanique du Point

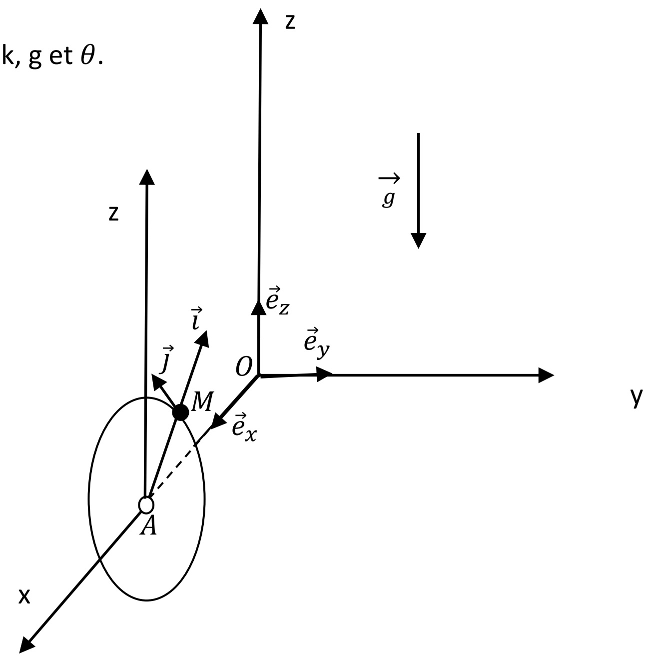
Soit R un repère galiléen muni de la base orthonormée directe $(\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z})$. On considère un point A se déplaçant sur l'axe $(O, \vec{e}_x)$ où il est repéré par le vecteur $\overrightarrow{OA} = x(t)\vec{e}_x$. Un point matériel M de **masse m** se déplace dans le plan (A, $\overrightarrow{e_y}$, $\overrightarrow{e_z}$) sur le cercle de centre A et de rayon a donné ; on repère M par l'angle $\theta(t) = (\vec{e}_y, \overrightarrow{AM})$. (voir figure).

On étudie le mouvement de M par rapport à R, lorsque M est soumis aux trois forces suivantes :

$\vec{P} = mg\vec{e}_z$; $\quad \vec{Q} = -mk^2\overrightarrow{OM}$ et $\vec{R} = mN\vec{\imath}$ la réaction du cercle sur M (k constante non nulle et N une fonction scalaire inconnue).

On conseille pour exprimer les valeurs, d'utiliser la base ($\overrightarrow{e_x}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}$) *telle que* : $\vec{\imath} = \frac{\overrightarrow{AM}}{\|\overrightarrow{AM}\|}$ *et* $\vec{\jmath} = \vec{e}_x \wedge \vec{\imath}$.

1. Exprimer les vecteurs $\vec{V}(M/R)$ *et* $\vec{\gamma}(M/R)$.
2. A l'aide du principe fondamental de la dynamique, trouver les trois équations différentielles du mouvement de M.
3. Exprimer le moment cinétique en O.
4. En appliquant le théorème du moment cinétique, retrouver une des trois équations différentielles obtenues à la question 2.
5. Déterminer :
   a. L'énergie cinétique E_c .
   b. La puissance totale P des forces appliquées sur M.
   c. L'énergie potentielle E_p dont dérivent ces forces.
   d. En déduire l'intégrale première de l'énergie cinétique.
   e. Expliciter ce résultat lorsque à $t = 0: x = \theta = \dot{x} = \dot{\theta} = 0$.
   f. Dans ces mêmes conditions initiales ; calculer le travail w de la résultante des forces lorsque x reste nulle et que θ varie de 0 à $\frac{\pi}{2}$.
6.
   a. Montrer comment peut-on retrouver l'intégrale première de l'énergie à partir des équations obtenues à la question 2.
   b. Exprimer la fonction N en fonction de a, k, g et θ.



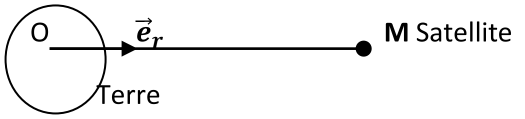
Université Cadi Ayyad
Faculté Poly-Disciplinaire
Département de Physique
SAFI

Année Universitaire 2015/2016
Filière : SMPC-SMAI

TD N°5 : Mécanique du Point

Exercice 1 : Mouvement à force centrale

Un satellite se déplace dans le champ de gravitation de la terre sur des orbites fermées. On suppose que le satellite est uniquement soumis à l'action de la gravitation de la terre donnée par la force : $\vec{F} = -G\frac{M_T.m}{r2}\vec{e}_r$



$\boldsymbol{M_T}$ **:** masse de la terre, m : masse du satellite, r : distance entre le centre de la terre et le satellite supposé ponctuel.

On veut étudier le mouvement du satellite dans le référentiel relié au centre de la terre $\boldsymbol{R_T(O,x,y,z)}$ de vecteurs $\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}$ l'axe Oz est orienté Sud-Nord. Ce référentiel est supposé Galiléen. $\vec{e}_r$ ***et*** $\vec{e}_\theta$ sont dans le plan $(\boldsymbol{Oxy})$.

1. a) Donner l'expression du champ de gravitation $\vec{g}$.

   b) Calculer l'énergie potentielle du satellite, on prendre l'énergie potentielle nulle à l'infini.
2. a) Donner l'expression de la vitesse du satellite en coordonnées polaires $\boldsymbol{r},\boldsymbol{\theta}$ et de leurs dérivées par rapport au référentiel terrestre.

   b) Etablir l'expression du moment cinétique $\overrightarrow{\sigma_O}$ du satellite par rapport à O relativement au référentiel terrestre.

   c) Montrer que le moment cinétique est constant et qu'il peut s'écrire sous la forme : $\overrightarrow{\sigma_O} = m\,C\,\vec{k}$, en donnant la signification de C.
3. On pose $u = \frac{1}{r}$

   a) monter que le module de la vitesse peut s'écrire sous la forme : $v^2 = C^2\left[u^2 + (\frac{du}{d\theta})^2\right]$.

   b) Calculer l'énergie mécanique du satellite, en déduire l'équation différentielle du mouvement du satellite.
4. Déterminer l'équation du mouvement en précisant l'excentricité e et le paramètre P. Dans quelle condition les orbites décrites par le satellite reste fermée.
5. Montrer que si la trajectoire est circulaire le mouvement est alors uniforme.

Exercice 2 : mouvement d'oscillations

Un cylindre de masse m, de rayon a et de hauteur b est suspendu à un point fixe par un ressort de constante de rappel (constante de raideur) k. le cylindre est partiellement immergé dans l'eau, de masse volumique ρ. Dans la position d'équilibre, il est immergé à mi-hauteur. A l'instant t = 0s, on l'immerge jusqu'aux ¾ de sa hauteur, puis on le lâche sans vitesse initiale. L'eau exerce une force de frottement proportionnelle à la vitesse, de coefficient α. On suppose que le frottement est faible pour que le mouvement soit pseudopériodique.

a) Déterminer l'équation du mouvement du cylindre en comptant son déplacement z à partir de sa position d'équilibre (on suppose que le mouvement reste vertical)

b) Déterminer la pseudo-période des oscillations.

<u>Exercice 3</u> : chocs entre deux particules

I- Considérons un système S formé de deux particules A et B de masses respectives m_A et m_B et de centre de masse G. le référentiel du laboratoire $R_0(O,x,y,z)$ est supposé Galiléen et les axes Gx', Gy', Gz' du référentiel du centre de masse $R_G(G,x',y',z')$ sont respectivement parallèles à ceux de R_0. Les vitesses de A et B, par rapport à R_0, sont $\vec{V}(A/R_0)$ et $\vec{V}(B/R_0)$.

1. Quelle est la position du point G par rapport au référentiel R_0 ?
2. Calculer le vecteur quantité de mouvement total $\vec{P}_S$ du système dans R_0 et dans R_G.
3. Donner l'expression de la force extérieure agissant sur le système S. Que se passe-t-il si S est isolé ?

II- Soit un point M_1 de masse m_1 animé juste avant le choc d'une vitesse $\vec{v}_1$. Soit un point M_2 de masse m_2 au repos. Le choc est supposé pratiquement élastique. Après le choc les vitesses de M_1 et M_2 sont respectivement $\vec{v}_1'$ et $\vec{v}_2'$ et font des angles α_1 et α_2 avec la direction de $\vec{v}_1$. Calculer $\vec{v}_2'$ en fonction de $\vec{v}_1$, m_1, m_2 et α_2.

III- Soient deux particules M_1 et M_2 de masses identiques m. Soit dans le référentiel barycentrique β l'angle de $\vec{P}_{1G}'$ avec $\vec{P}_{1G}$. Soit dans le référentiel Galiléen R_0 supposé lié à la terre (référentiel du laboratoire) $\vec{v}=\vec{v}_1$ la vitesse de M_1 avant le choc et supposons M_2 immobile par rapport au référentiel du laboratoire. Soient $\vec{v}_1'$ et $\vec{v}_2'$ les vitesses de M_1 et M_2 par rapport au référentiel du laboratoire. On pose $\theta=\left(\vec{v},\vec{v}_1'\right)$ et $\varphi=\left(\vec{v},\vec{v}_2'\right)$.

1. Calculer v_1' et v_2' en fonction v et β.
2. En utilisant la conservation de la quantité de mouvement par rapport à R_0, exprimer θ et φ en fonction de β.

IV- Considérons un choc élastique entre deux particules A et B de masses respectives m_A et m_B. Soient $R_0(O,x,y,z)$ référentiel du laboratoire supposé Galiléen , et $R_G(G,x',y',z')$ le référentiel du centre de masse dont les axes sont parallèles à ceux de R_0. Les vitesses de A et B avant le choc dans R_0 et R_G sont respectivement $\vec{V}(A/R_0)$,$\vec{V}(B/R_0)$ et $\vec{V}(A/R_G)$,$\vec{V}(B/R_G)$ tandis qu'après le choc elles sont $\vec{V}'(A/R_0)$, $\vec{V}'(B/R_0)$ et $\vec{V}'(A/R_G)$,$\vec{V}'(B/R_G)$.

1. Calculer la vitesse $\vec{V}(G/R_0)$ du centre de masse G. Montrer que le mouvement de G n'est pas modifié par le choc.
2. Déterminer les vitesses $\vec{V}(A/R_G)$,$\vec{V}(B/R_G)$ en fonction de la masse réduite μ des deux particules et de la vitesse relative $\vec{v}$ de B par rapport à A.
3. Démontrer que dans le référentiel du centre de masse le module des vitesses de A et B reste inchangé après le choc.
4. Relativement au référentiel R_G la particule A est déviée dans la direction caractérisée par $\vec{e}_u$ faisant un angle θ avec la direction de la vitesse initiale $\vec{V}(A/R_0)$. Trouver les expressions des vecteurs vitesses après le choc dans le référentiel du laboratoire.