

Module 28: Mécanique analytique & Vibrations

Filière : SMP / Semestre 5

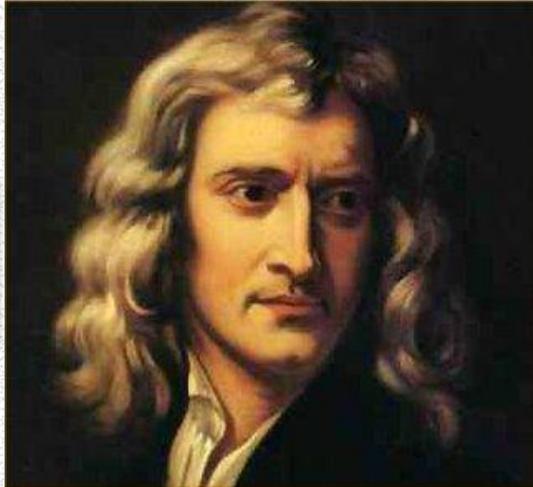
Responsable : Prof. El Ouardi El Mokhtar

Année universitaire 2019 / 2020

La “ mécanique analytique ” ou “ mécanique classique ” est une théorie physique fondamentale qui permet de décrire le mouvement des “ corps ” lorsqu'ils interagissent entre eux (particules, corps solides, fluides, milieux continus....), valable de l'échelle des molécules à l'échelle des planètes. Cette théorie a été développée principalement par:

MECANICIENS CELEBRES

I. Newton
(1643-1727)



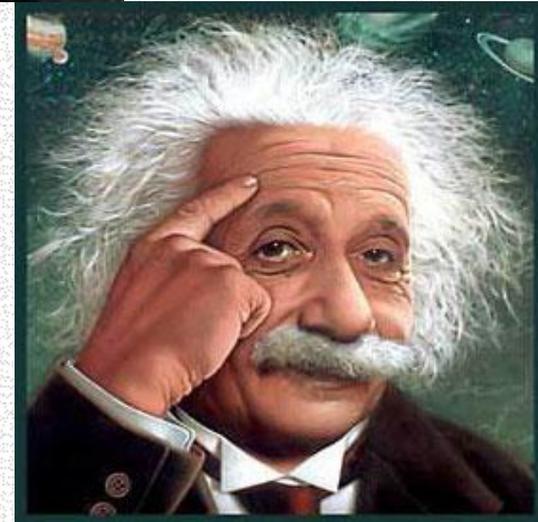
**Jean Le Rond
Alembert**
(1717 - 1783)



J. L. Lagrange
(1736-1813)



Hamilton
(1805 - 1865)



A. Einstein
(1879-1955)

Aperçu à l'histoire de la mécanique

Au 17^{ème} siècle et avec Newton que les principes de la mécanique classique sont posés sous forme de trois lois:

Principe d'inertie

Principe Fondamentale de la Dynamique

Principe de l'action et de la réaction

⇒ Une puissance description
dans de nombreux cas.

⇒ formulation en terme de forces.

Aperçu à l'histoire de la mécanique

Au 18^{ème} et 19^{ème} siècles, nous trouvons tous les grands Mécaniciens Mathématiciens à savoir: Bernoulli, Euler, d'Alembert, Maupertuis , Lagrange, Hamilton , Einstein...

Avec eux la mécanique s'affranchit des considérations philosophiques pour parvenir à un exposé analytique fondement du développement formel de la mécanique.

✚ **Lagrange (1787) et Hamilton (1827)**: formulation variationnelle: le mouvement effectué est celui qui optimise une certaine " action " (comme le chemin le plus court entre deux point). C'est une formulation aussi très géométrique qui permet de comprendre et résoudre des problèmes plus compliqués.

Aperçu à l'histoire de la mécanique

✚ **Einstein** (“**théorie relativiste**” - 1905 - 1917):
modification de la théorie précédente, en “unifiant”
l'espace et le temps, et en fournissant une
expression géométrique de la gravitation.

Dans ce module on étudiera essentiellement les
formulations de Lagrange et de Hamilton. On
apprendra des techniques pour résoudre des
problèmes précis. On fera des rappels sur la
mécanique de Newton.

Introduction à la mécanique analytique

La formulation de la mécanique analytique est :

Pour pouvoir traiter des problèmes plus complexes ou plus finement, et pour pouvoir faire des démonstrations rigoureuses, on appelle la mécanique analytique

mieux adaptée à de nombreux domaines de la physique moderne. (mécanique quantique, mécanique statistique et théorie des champs.)

à l'origine de la quantification des dynamiques classiques ;

adaptée à la formulation des modèles des interactions fondamentales en se basant sur les symétries de Jauge ;

utile pour reconstruire l'électromagnétisme à partir de la relativité.

Historique

Joseph Louis, comte de Lagrange (1736 -1813)

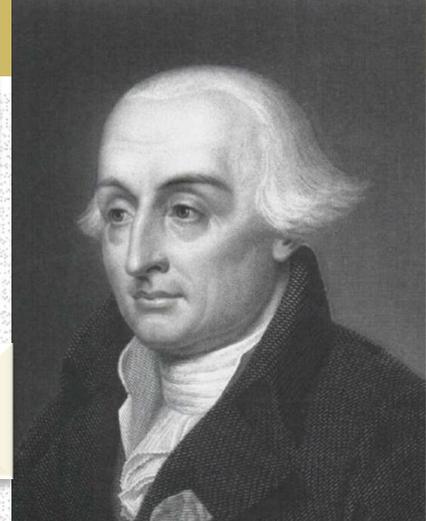
Mathématicien

Passe 30 ans dans le Piémont, 21 ans à Berlin et le reste à Paris.

Célèbre dans: Mécanique analytique, Mécanique céleste, analyse mathématiques, Théorie des nombres

**Multiplicateur de Lagrange
Théorème de Lagrange
Théorème d'inversion de Lagrange
Équations de Lagrange
Équation différentielle de Lagrange
Théorème des quatre carrés de Lagrange
Points de Lagrange
Formule de Taylor-Lagrange
Interpolation lagrangienne
Dérivation lagrangienne**

Souvenirs d'études



Objectifs pédagogiques

Introduire la notion d'action

Comprendre le principe de moindre action

Etablir les équations d'Euler-Lagrange

Etudier les propriétés physiques du lagrangien

Savoir le principe d'Hamilton

 **Formalisme de Hamilton**

 **Crochets de Poisson**

 **Transformations canoniques**

 **Formalisme de Hamilton-Jacobi**

Plan du module

Partie N°1

CHAPITRE 1: FONDEMENT DE LA MÉCANIQUE ANALYTIQUE

CHAPITRE 2: FORMALISME LAGRANGIEN

CHAPITRE 3: FORMALISME HAMILTONIEN

Partie N°2

CHAPITRE 4: MECANIQUE VIBRATOIRE

- Oscillateur Harmonique libre, amorti, entretenu
 - Réponse à une excitation harmonique
 - Couplage, Phénomène de résonance
- Propagation des ondes

Module 28 : Mécanique Analytique et vibrations :

Cours 24H, TD 18H et 8H de TP

Partie 1 : Mécanique Analytique (Cours 12h, TD 9h)

- Fondements de la mécanique rationnelle
- Principe des puissances virtuelles
- Formulation Lagrangienne
- Principe de Hamilton

Partie 2 : Vibrations (Cours 12h, TD 9h)

- Oscillateur Harmonique libre, amorti, entretenu à un degré de liberté
- Réponse à une excitation harmonique
- Oscillateurs libres, Couplage, Réponses à une excitation
- Phénomène de battements, Phénomène de résonance
- Propagation des ondes

A PROPOS DU COURS

```
graph TD; A[A PROPOS DU COURS] --> B[1er Support : Cours photocopié]; A --> C[2er Support : Cours diapositives]; B --> D["A acheter (chez photocopieur) ou http://dataelouardi.com/mecanique-analytique-et-vibrations/"]; C --> E["Salle du cours ou youtube: dataelouardi + mécanique analytique & vibrations"]; D --> F[disponible tous le temps]; E --> F;
```

1^{er} Support :
Cours photocopié

2^{er} Support :
Cours diapositives

A acheter
(chez photocopieur)
ou

<http://dataelouardi.com/mecanique-analytique-et-vibrations/>

Salle du cours
ou
youtube: dataelouardi +
mécanique analytique &
vibrations

disponible tous le temps

A PROPOS DES TRAVAUX DIRIGÉES

FASCICULE

<http://dataelouardi.com/mecanique-analytique-et-vibrations/>

Ce fascicule comporte un résumé de cours, les formules à retenir, des applications pédagogiques et les travaux dirigés des années précédentes.

Travaux dirigés de l'année en cours

disponible tous le temps

Livres à consulter

dataelouardi.com/mécanique analytique & Vibrations

Vous êtes libre