UNIVERSITE CADI AYYAD
FACULTE POLYDISCIPLINAIRE DE SAFI
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

جامعة القاضي عياض
الكلية المتعددة التخصصات
شعبة الفيزياء- آسفي-

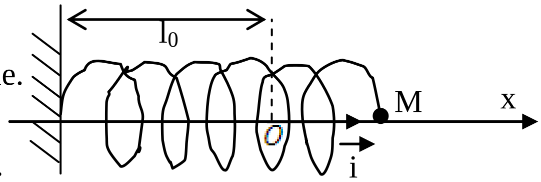
Épreuve de mécanique du point — ***Filières : SMPC-SMIA***
Session de rattrapage : 02 Février 2017 — ***Durée** : 1h30*

<u>Exercice 1:</u> (7 points)

Une masse m, considérée comme ponctuelle, repose sur un plan horizontal. Elle est accrochée à l'extrémité d'un ressort de raideur k, de longueur à vide l_0, l'autre extrémité étant fixe par rapport au plan. On repère la position de la masse par rapport à sa position O d'équilibre (voir figure).

On repère la position M de la masse m à la date t par $\overrightarrow{OM} = x\,\vec{i}$.

À t = 0, on écarte la masse de $x_0 = X_m$ et on lâche sans vitesse initiale.



1. La masse peut se déplacer sur le plan horizontal **<u>sans frottement</u>**.

1.5 a) Déterminer l'équation horaire x(t) du mouvement de cette masse. Comment qualifie-t-on cet oscillateur ?

1.5 b) En déduire les expressions de sa pulsation propre ω_0, de sa période propre T_0 et de sa fréquence propre f_0.

2. On suppose que la masse m est soumise à une **<u>force de frottement</u>** de type fluide de norme proportionnelle à sa vitesse et de sens opposé à celle-ci ($\vec{f} = -\lambda \vec{v}$, λ est le coefficient de frottement avec $\lambda \succ 0$).

2 a) Donner la nouvelle équation différentielle du mouvement de m.

2 b) Indiquer brièvement quels sont les trois types de mouvement possible en fonction de la valeur de λ et représenter l'allure des graphes x(t) correspondant. Que se passe-t-il au bout d'un temps suffisamment long ?

<u>Exercice 2:</u> (13 points)

Un point matériel M de masse m est mobile par rapport à un référentiel galiléen $R(O,x,y,z)$ dans **<u>un champ de forces centrales</u>** $\vec{F}$ de centre O.

1 1. a) Montrer que le moment cinétique en O, $\vec{\sigma}_0(M/R)$ est une constante du mouvement.

1 b) En déduire que la trajectoire est plane.

2. On choisit comme plan du mouvement le plan (O,x,y) et on désigne par $(\vec{e}_r,\vec{e}_\theta)$ sa base polaire.

1 a) Exprimer, en coordonnées polaires (r,θ), les composantes de la quantité de mouvement $\vec{p}$ dans la base $(\vec{e}_r,\vec{e}_\theta)$.

2 b) En déduire l'expression de $\vec{\sigma}_0(M/R)$ dans cette base.

2 3. a) Montrer que : $\dfrac{d\vec{p}}{dt} = m\left[\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right]\vec{e}_r + m\left[2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}\right]\vec{e}_\theta$.

2 b) En déduire que : $\dfrac{d\vec{p}}{dt} = -\dfrac{\left(\vec{\sigma}_0(M/R)\right)^2}{m\,r^2} \times \left[\dfrac{1}{r} + \dfrac{d^2}{d\theta^2}\left(\dfrac{1}{r}\right)\right]\vec{e}_r$.

4. Supposons que la force $\vec{F}$ est de la forme $\vec{F} = -\dfrac{\alpha}{r^2}\vec{e}_r$; $\alpha \succ 0$.

2 a) Montrer que la solution de l'équation différentielle de la trajectoire est donnée par :

$$\frac{1}{r} = \frac{m\,\alpha}{\left(\vec{\sigma}_0(M/R)\right)^2} + A\cos(\theta+\varphi)$$ où A et φ sont des constantes.

2 b) Donner l'expression de l'énergie totale E_{tot} en coordonnées polaires.