



Travaux dirigés de l'électrostatique- Série N°3

Exercice 1 : savoir exprimer le flux envoyé par une distribution de charges à travers une surface.

i- Flux nul et (ou) champ nul.

1. Une distribution de charges D crée un champ électrostatique $\vec{E}$ nul sur une surface fermée Σ . Quel est le flux envoyé par D à travers cette surface Σ ? Peut-on conclure que la charge totale de D est nulle ?
2. Le flux électrostatique à travers une surface ouverte S est nul. Peut-on conclure que le champ électrostatique est nécessairement nul sur la surface S ?
3. Le flux électrostatique à travers une surface fermée Σ est nul. Peut-on conclure que le champ électrostatique est nécessairement nul sur la surface Σ ?

ii- Flux d'un champ uniforme à travers un disque ou une sphère.

Soit un champ uniforme $\vec{E} = E_0 \vec{u}_x$.

1. On considère un disque de centre O , de rayon R et d'axe de symétrie de révolution Ox . Calculer le flux de $\vec{E}$ à travers ce disque.
2. On considère une sphère Σ de centre O et de rayon R . Calculer le flux de $\vec{E}$ à travers cette sphère Σ .
3. On rajoute un doublet électrique $-q$ en A et $+q$ en B , tel que O est milieu de AB . $\vec{AB}$ étant colinéaire à Ox . On suppose $R \gg a = AB$. Quel est le flux du champ résultant (dipôle $+ \vec{E}$) à travers la sphère Σ ?

Corrigé de l'exercice 1

* Flux NUL ET (ou) CHAMP NUL

① On utilise la définition du flux à travers une surface fermée Σ :

$$\Phi = \oint \vec{E}(M) \cdot d\vec{S}_{\text{ext}}(M) \text{ où } M \in \Sigma.$$

• $\vec{E}(M) = \vec{0}$ donne nécessairement : $\Phi = 0$

• Appliquons le théorème de Gauss à Σ (surface fermée) :

$$\Phi = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} = 0 \Rightarrow Q_{\text{int}} = 0$$

⚠ La charge totale de la distribution D n'est pas nécessairement nulle. Seule la charge de D intérieure à Σ est nulle.

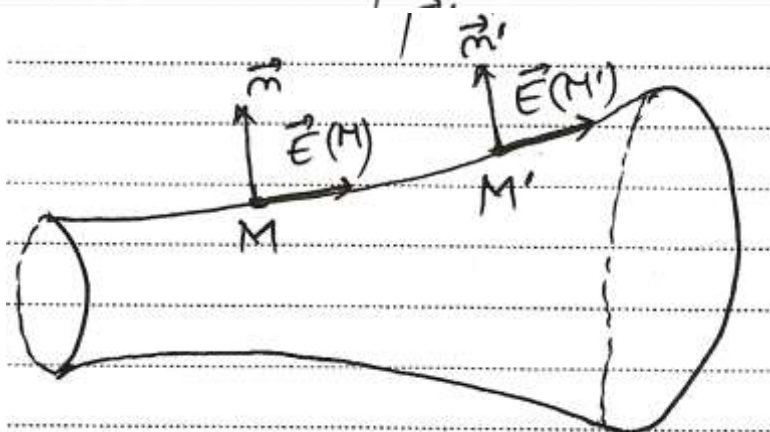
② Le flux à travers une surface ouverte S :

$$\Phi = \iint_S \vec{E}(M) \cdot d\vec{S}(M) \text{ où } M \in S.$$

L'hypothèse $\Phi = 0$ n'impose pas du tout $\vec{E}(M) = \vec{0}$ en tout point de S .

$\Rightarrow$ On peut citer en contre exemple le cas où $\vec{E}(M) \perp d\vec{S}(M)$.

La surface ouverte est une portion de tube de champ :



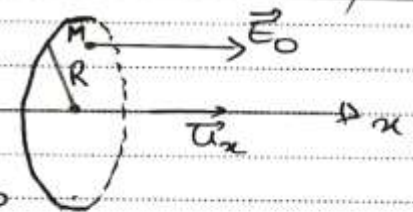
③ Dans le cas d'une surface fermée Σ , le flux est nul à travers Σ si la région est vide de charges, ou si la somme des charges intérieures à Σ est nulle, et ceci quelle que soit la valeur du champ en un point de (Σ) .

Δ Il suffit de fermer le tube de champ précédent dans une région où $Q_{int} = 0$.

* Flux d'un champ uniforme à travers un disque ou une sphère

①

$\forall M \in \text{disque} : \vec{E}(M) = E_0 \vec{u}_x = \vec{E}_0$

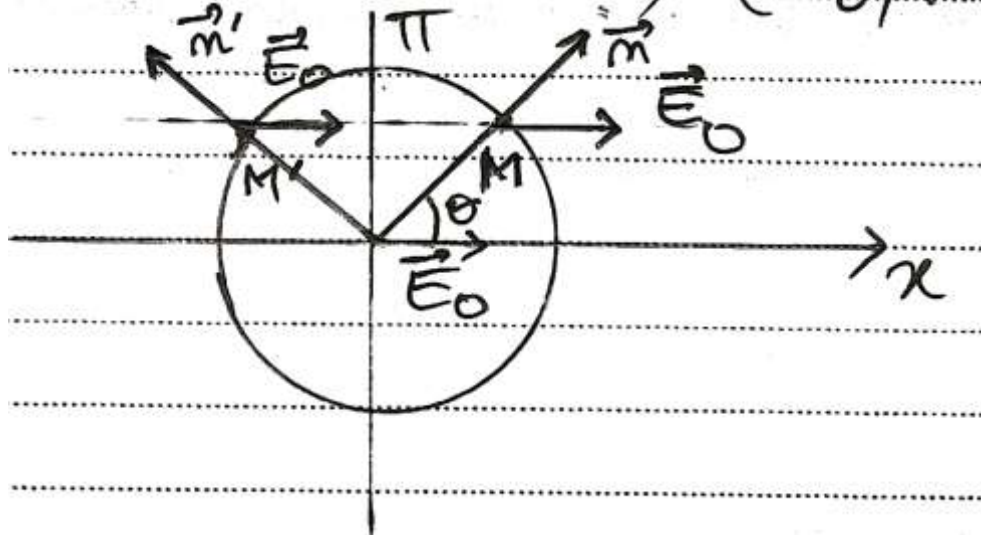


$$\Rightarrow \Phi = \iint_{\text{Disque}} \vec{E}_0 \cdot d\vec{S} = \iint_{\text{Disque}} E_0 dS = E_0 \pi R^2$$

② Considérons le plan yOz (Π) ; ce plan est un plan d'antisymétrie pour $\vec{E}_0$, et de symétrie pour la sphère Σ .

À toute surface élémentaire dS_M de normale extérieure $\vec{n}$, on peut associer la surface élémentaire $dS_{M'}$, symétrique de dS_M par rapport à Π et de normale extérieure $\vec{n}'$, telle que :

$$\cos(\vec{E}_0, \vec{m}) = \cos\theta \text{ et } \cos(\vec{E}_0, \vec{m}') = \cos(\pi - \theta) = -\cos\theta$$



⇒ Les flux élémentaires s'annulent deux à deux :

$$d\Phi + d\Phi' = +E_0 dS_M \cos\theta - E_0 dS_{M'} \cos\theta = 0$$

⇒ Le flux total à travers la sphère est nul, alors que le champ vaut $\vec{E}_0$ en tout point de la sphère Σ .

③ D'après le principe de superposition, le flux du champ résultant correspond à la somme des flux de chaque champ séparé :

⇒ • Le flux de $\vec{E}_0$ à travers la sphère Σ est nul (question précédente).

• Le flux du champ d'un dipôle à travers toute surface fermée Σ qui l'entoure est nul d'après le théorème de Gauss : ($Q_{int} = q - q = 0$)

$$\Rightarrow \Phi_{total} = \Phi_{\vec{E}_0} + \Phi_{dipole} = 0$$

$$\Rightarrow \Phi_{total} = 0$$

Exercice 2 : savoir calculer $\vec{E}$ grâce au théorème de Gauss.

i- Densité surfacique uniforme + σ , - σ sur deux plans parallèles.

On considère un axe de référence Ox, muni d'un vecteur $\vec{u}_x$, et l'on pose par convention :

$V = 0$ pour $x = 0$.

1. Le plan infini $x = 0$ est uniformément chargé avec une densité surfacique σ .

Déterminer en fonction de x le champ électrostatique $\vec{E}$ et le potentiel V . Représenter l'allure des graphes $E(x)$ et $V(x)$.

2. On considère maintenant deux plans infinis, parallèles et orthogonaux à l'axe Ox, en $x = +a$ et $x = -a$, chargés en surface respectivement par $+\sigma$ et $-\sigma$.

Déterminer le champ $\vec{E}$ en fonction de x .

ii- Densité volumique uniforme ρ entre deux plans parallèles.

On considère deux plans infinis $x = +a$ et $x = -a$. L'espace compris entre les deux plans comporte une densité volumique de charge ρ uniforme et constante. Pour $x > a$ et $x < -a$, il règne le vide.

1. Montrer qu'en tout point de l'espace, le champ électrostatique de cette distribution peut s'écrire $\vec{E} = E_0 \vec{u}_x$.
2. Exprimer E_x pour les différentes régions de l'espace et tracer le graphe de E_x en fonction de x .
3. Déterminer pour chaque région le potentiel V_x ($V_x = 0 = 0$). Tracer le graphe V_x en fonction de x .
4. On suppose que $a \rightarrow 0$ et que le produit ρa reste fini. Définir une densité surfacique de charge limite et retrouver pour E_x un résultat classique ($\vec{E}_x = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{u}_x$).

Corrigé de l'exercice 2

* Densité surfacique uniforme.

① Par raison de symétrie, le champ créé par un plan infini ($\sigma > 0$) est orthogonal à ce plan et ne peut dépendre que de la distance à ce plan :

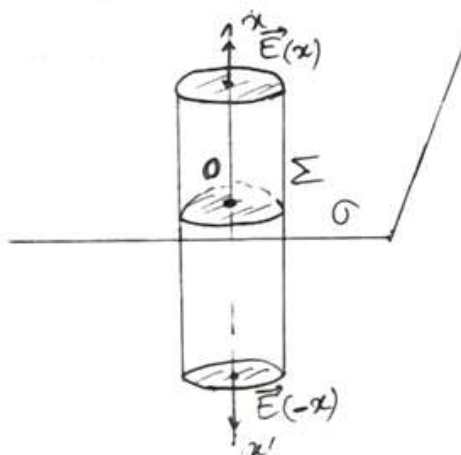
$$\vec{E} = E(x) \vec{u}_x \text{ et } \vec{E}(-x) = -\vec{E}(x).$$

- Pour calculer le champ au point $M(x)$, nous choisissons comme surface de Gauss, un cylindre d'axe Ox .

Le flux latéral est nul ($\vec{E} \perp d\vec{S}_{\text{latérale}}$) $\Rightarrow$

$$\Phi_{\Sigma} = \iint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S}_{\text{ext}} = 2E(x)S = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}$$

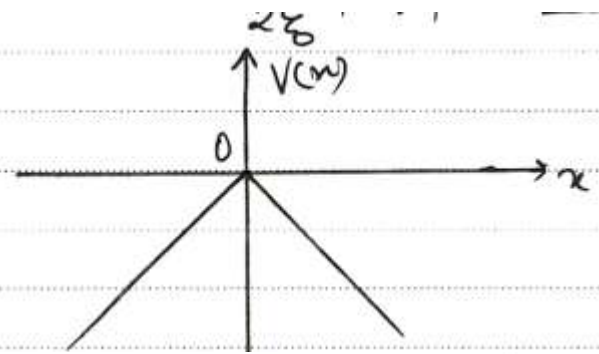
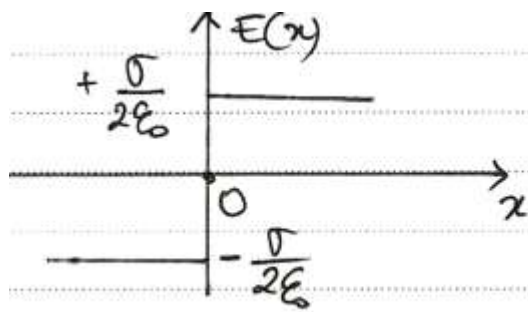
$$\Rightarrow E(x) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad \vec{E} \text{ est uniforme}$$



On déduit le potentiel de $\vec{E} = -\vec{\text{grad}} V = -\frac{dV}{dx} \vec{u}_x$

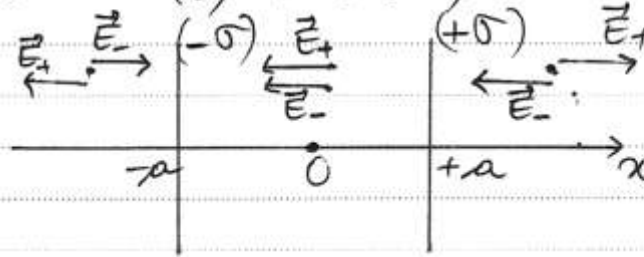
$$\text{si } x > 0 : dV = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} dx \Rightarrow V(x) - V(x=0) = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} x.$$

Avec la convention de l'énoncé : $V(x) = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} |x|$ pour $x \geq 0$ ou $x \leq 0$



② Principe de superposition des actions électrostatiques :

$$\vec{E} = \vec{E}(0) + \vec{E}(-\sigma)$$



- Pour $|x| > a$, les champs créés par chaque plan infini sont égaux en module et de sens opposé.

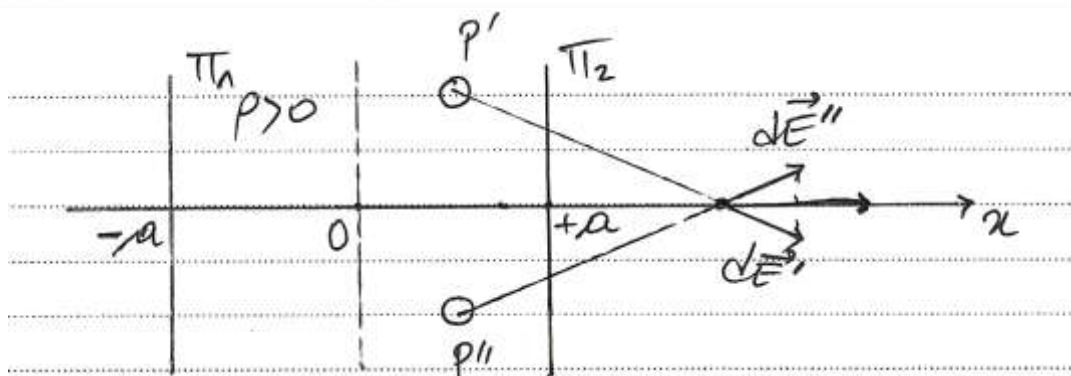
$$\Rightarrow \vec{E} = \vec{0}$$

- Pour $|x| < a$, les champs sont de même sens :

$$\Rightarrow \vec{E} = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{u}_x$$

* Densité Volumique uniforme

- D'une part, l'axe Ox est un axe de symétrie pour la distribution de charge considérée. Donc tout couple de charges élémentaires (dq' , dq'') se trouvant en P' et P'' symétriques par rapport à Ox, crée en un point M de l'axe Ox un champ élémentaire colinéaire à Ox.



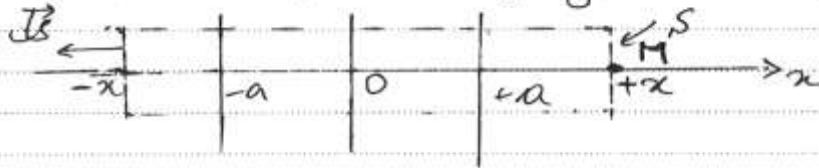
- D'autre part, les plans T_1 et T_2 étant infinis, tout point M' appartenant au plan $x = x(M) = \text{cte}$ joue le même rôle que M vis-à-vis de la distribution (SYMMÉTRIE PLANE)

$$\Rightarrow \vec{E} = E(x) \vec{u}_x \text{ avec } E(x) = \int_D dE_x$$

② La symétrie du problème permet d'utiliser le théorème de Gauss, on remarque que $\vec{E}(-x) = -\vec{E}(x)$

- 1^{er} Cas. $OM = x > a$

Nous prenons comme surface de Gauss un cylindre d'axe Ox , de surface de base S et de longueur $2x$.



$$\Rightarrow \Phi = \iint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{B}_{ext} = 2ES \quad (\vec{E} \perp d\vec{B}_{lat})$$

Or la charge intérieure à cette surface de Gauss est la charge contenue entre les deux plans $x = -a$ et $x = +a$:

$$\Rightarrow Q_{int} = \rho 2aS \quad (V = 2aS)$$

$$\Rightarrow \Phi = \frac{\rho 2aS}{\epsilon_0} \Rightarrow \boxed{\vec{E}(x) = \frac{\rho a}{\epsilon_0} \vec{u}_x}$$

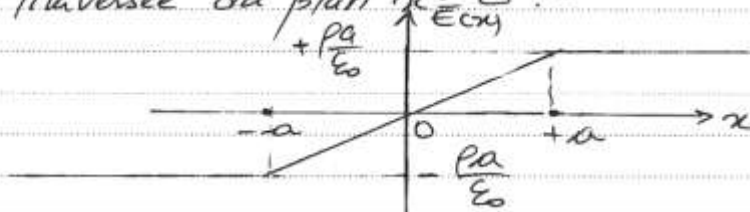
- $\vec{E}$ est uniforme et s'éloigne de la distribution D (dans l'hypothèse $\rho > 0$)

2^e Cas $0 \leq x \leq a$

Nous appliquons le même raisonnement; la charge intérieure à la surface de Gauss est la charge contenue entre les plans $-x$ et $+x \Rightarrow$

$$\Phi = \Phi = 2ES = \rho \frac{2xS}{\epsilon_0} \Rightarrow \boxed{\vec{E}(x) = \frac{\rho x}{\epsilon_0} \vec{u}_x} \quad \underline{0 \leq x \leq a}$$

$\Rightarrow$ Le graphe de $E(x)$ traduit le changement de sens de $\vec{E}(x)$ à la traversée du plan $x=0$.



③ Le potentiel se déduit de $\vec{E} = -\text{grad} V = -\frac{dV}{dx} \vec{u}_x$

1^{er} cas $x \geq a$

$$\Rightarrow \frac{dV}{dx} = -\frac{\rho a}{\epsilon_0} \Rightarrow V(x) = -\frac{\rho a}{\epsilon_0} x + Cte_1$$

2^e cas $0 \leq x \leq a$

$$\Rightarrow dV = -\frac{\rho x}{\epsilon_0} dx \Rightarrow V(x) = -\frac{\rho x^2}{2\epsilon_0} + Cte_2$$

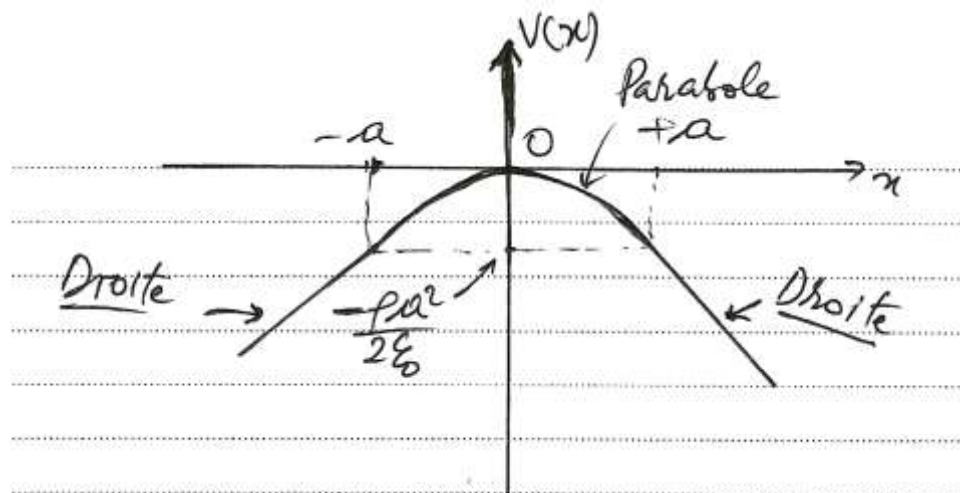
Sachant que $V(0) = 0 \Rightarrow Cte_2 = 0$ et la continuité

du potentiel en $x = a$ donne :

$$V(a) = -\frac{\rho a^2}{2\epsilon_0} = -\frac{\rho a}{\epsilon_0} a + Cte_1$$

$$\Rightarrow Cte_1 = +\frac{\rho a^2}{2\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} V(x) = -\frac{\rho a}{\epsilon_0} \left(x - \frac{a}{2}\right) \\ x \geq a \end{array} \right. \text{ et } \left\{ \begin{array}{l} V(x) = -\frac{\rho x^2}{2\epsilon_0} \\ 0 \leq x \leq a \end{array} \right.$$



- Le graphe $V(x)$ traduit que le potentiel est une grandeur scalaire $\Rightarrow V(x) = V(-x)$ par symétrie.

- ④
- Le produit ρa est homogène à une densité surfacique de charge ($\rho \times \text{longueur}$) : densité volumique $\times$ longueur
 - Examinons le cas où $a \rightarrow 0$.

* La charge contenue dans un cylindre d'axe Ox , de section S et de hauteur $2x$ est $q = \rho \times 2xS$.

* En prenant le système équivalent, c'est-à-dire, un plan π uniformément chargé en surface $\sigma \Rightarrow q = \sigma S$

$\Rightarrow$ la densité surfacique de charge limite est $\sigma = 2\rho x$

$\Rightarrow$ On retrouve alors pour $E(x)$ le résultat bien connu :

$$\boxed{\vec{E}(x) = \frac{\rho x}{\epsilon_0} \vec{u}_x = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{u}_x \text{ pour } x > 0}$$

Exercice 3 : boule chargée en volume

Une sphère de centre O et de rayon R , est chargée avec une densité volumique uniforme $\rho > 0$.

1. Exprimer le champ électrostatique $\vec{E}(M)$ produit en tout point M de l'espace ($OM = r$).
2. En déduire le potentiel électrostatique $V(r)$ créé en M .
3. Tracer les courbes $V(r)$ et $E(r)$ en justifiant leur relation.
4. Exprimer l'énergie emmagasinée par cette sphère chargée.

Corrigé de l'exercice 3

① La distribution sphérique $\mathcal{D}$ impose le choix des coordonnées sphériques. L'invariance par rotation autour de O nous montre que le champ ne dépend que de r : $\vec{E}(r)$.

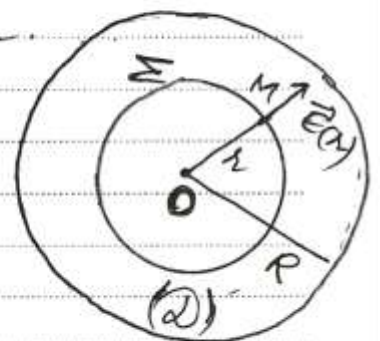
• Tout plan passant par le centre de la sphère est plan de symétrie de la distribution
 $\Rightarrow$ Le champ $\vec{E}$ est donc radial:

$$\vec{E}(M) = E(r) \vec{u}_r$$

(On choisit)

On choisit une surface de Gauss sphérique de centre O et de rayon $r = OM \Rightarrow$ c'est une équipotentielle.

$$\Rightarrow \Phi = \oint_{\Sigma} \vec{E}(r) \cdot d\vec{S} = 4\pi r^2 E(r) = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$



• Pour $r > R \Rightarrow Q_{int} = \rho \frac{4}{3} \pi R^3 = Q$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{E}(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r}$$

- Pour $r < R \Rightarrow Q_{\text{int}}$ se limite à $Q_{\text{int}} = \rho \frac{4}{3} \pi r^3 = Q \frac{r^3}{R^3}$

$$\Rightarrow \boxed{E(r) = \frac{\rho r}{3\epsilon_0} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^3} r \vec{r}_r}$$

On a la continuité du champ pour $r=R$: $E(R) = \frac{\rho R}{3\epsilon_0}$

- ② Le potentiel : $\vec{E} = -\text{grad} V$, soit $E(r) = -\frac{dV}{dr}$

$$\Rightarrow dV(r) = -E(r) dr$$

- Pour $r \geq R$: on choisit $V(\infty) = 0$ car la distribution est fin

$$\int_r^\infty dV = - \int_r^\infty \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r} dr \Rightarrow V(\infty) - V(r) = -\frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r}$$

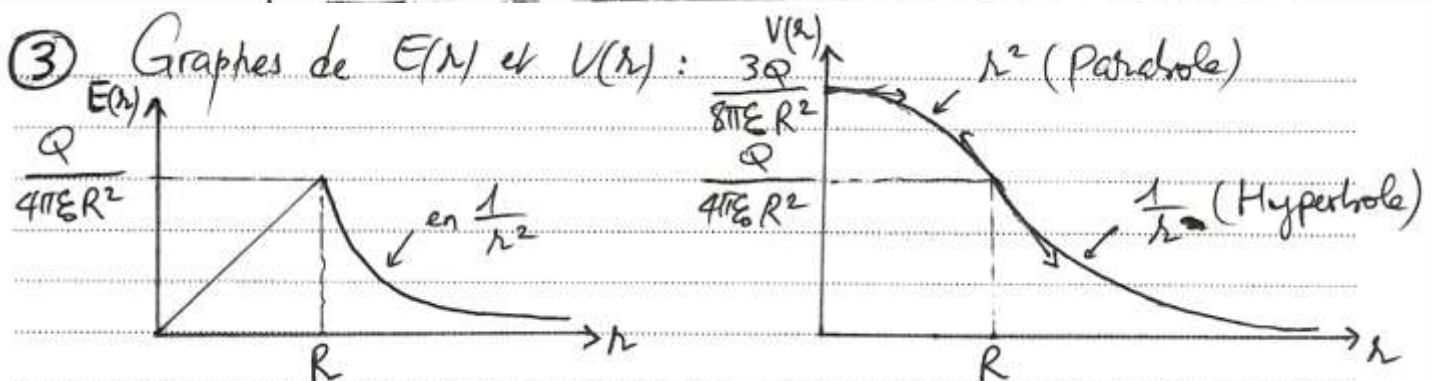
$$\Rightarrow \boxed{V(r) = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}} \quad (*)$$

- Pour $r \leq R$: on détermine la constante d'intégration ($V(R)$) par continuité du potentiel à $r=R$.

$$\int_r^R dV = - \int_r^R \frac{\rho r}{3\epsilon_0} dr \Rightarrow V(R) - V(r) = -\frac{\rho}{6\epsilon_0} (R^2 - r^2)$$

avec $V(R) = \frac{\rho R^2}{3\epsilon_0}$ grâce à l'expression précédente (*)

$$\Rightarrow \boxed{V(r) = \frac{\rho}{6\epsilon_0} (3R^2 - r^2) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^3} (3R^2 - r^2)}$$



- ⚠ La valeur de $E(r)$ représente l'opposé de la pente de $V(r)$.
 ($E(r) = -\frac{dV}{dr}$)

- La continuité du champ explique que $V(r)$ est continuellement dérivable (notamment en $r=R$).

- Vue de l'extérieur, la sphère est équivalente à une charge ponctuelle Q placée au centre O .

④ Pour constituer cette sphère chargée, l'opérateur doit amener la charge $dq = \rho 4\pi r^2 dr$ de l'infini ($V(\infty) = 0$) à une région de potentiel $V(r)$: la sphère en voie de constitution de rayon r . Or, alors $V(r) = \frac{\rho r^2}{3\epsilon_0}$ d'après ②. (la question ②)

$$\Rightarrow dE_p = \delta W_{op} = dq V(r) = \rho 4\pi r^2 \frac{\rho r^2}{3\epsilon_0} dr$$

Ainsi, l'intégration conduit à l'énergie potentielle électrostatique de constitution de la sphère :

$$\Rightarrow E_p = \int_0^R \frac{4\pi\rho^2}{3\epsilon_0} r^4 dr = \frac{4\pi\rho^2 R^5}{15\epsilon_0} = \frac{3Q^2}{20\pi\epsilon_0 R}$$

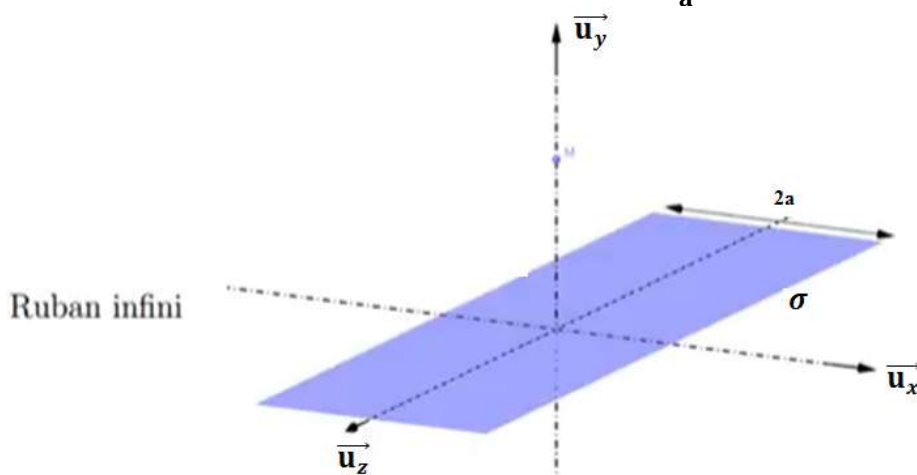
Exercice 4 : fil infini - ruban infini

Nous considérons un fil rectiligne $z'z$ de longueur infinie, porteur d'une densité linéique de charge uniforme ($\lambda > 0$).

1. Exprimer le champ électrique créé par ce fil en un point M distant du fil de r en fonction de λ , ϵ_0 et r .
2. En déduire le potentiel $V(r)$. Représenter $E(r)$ et $V(r)$.

Nous considérons maintenant une bande rectiligne de très grande longueur ($L \rightarrow \infty$) et de largeur $2a$, porteuse d'une densité surfacique de charge uniforme ($\sigma > 0$), contenue dans le plan xOz .

1. Calculer le champ électrique créé par ce ruban en un point M du plan médiateur yOz , distant de y du ruban.
2. En déduire le champ électrique créé par ce ruban lorsque $\frac{y}{a} \rightarrow 0$.



Corrigé de l'exercice 4

* FIL INFINI

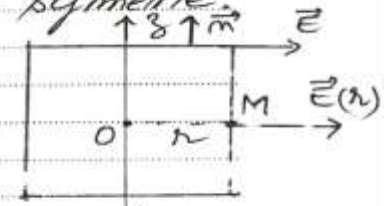
①. La distribution est invariante par rotation autour de l'axe Oz et par translation le long de l'axe Oz (fil infini)

En coordonnées cylindriques, le champ ne dépend donc que de r .

- Tout plan contenant l'axe Oz est plan de symétrie. Tout plan perpendiculaire à l'axe Oz est plan de symétrie.

⇒ Le champ $\vec{E}$ est radial.

$$\vec{E}(M) = E(r) \vec{u}_r$$



Le théorème de Gauss appliqué à une surface fermée Σ (cylindre centré sur Oz , de rayon r et de hauteur h) donne :

$$\Phi = \oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = E(r) 2\pi r h = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} = \frac{\lambda h}{\epsilon_0}$$

⇒

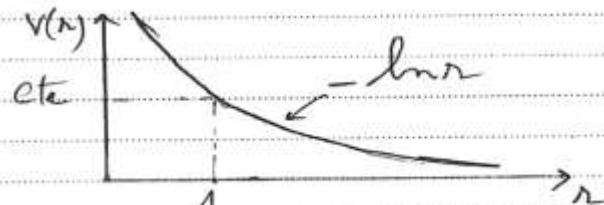
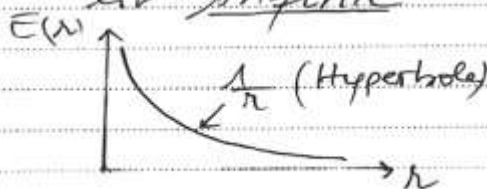
$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

② La relation champ-potentiel s'écrit : $E(r) = -\frac{dV}{dr}$

$$\Rightarrow dV = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} dr \Rightarrow V(r) = -\frac{\lambda \ln r}{2\pi\epsilon_0} + \text{cte}$$

cte et λ à déterminer par le choix d'une condition initiale (convention $V(R)$ connu par exemple)

⚠ On ne peut pas poser $V(\infty) = 0$ car la distribution est infinie



Ruban infini

Méthode :

1- Analyser les symétries ;

Exprimer le champ au point **M** créé par une surface élémentaire du ruban ;

Penser à décomposer le ruban en portions élémentaires qui faciliteront les calculs.

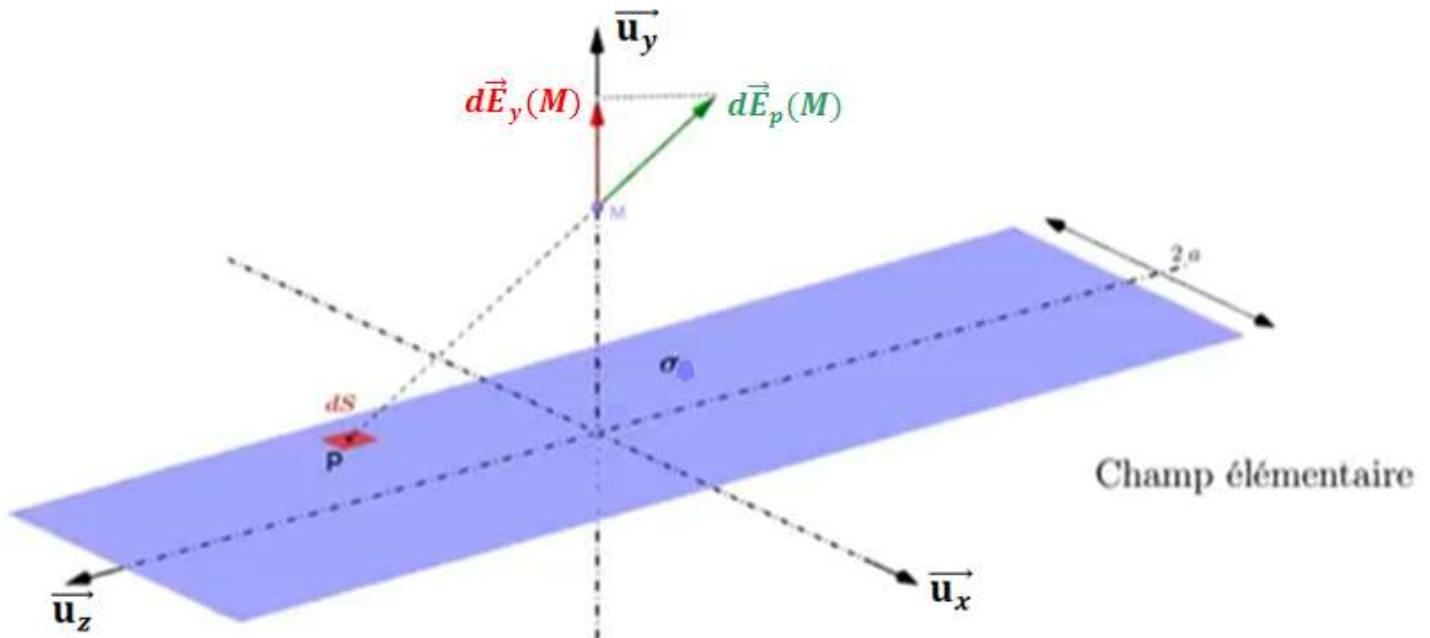
Calculer le champ résultant.

Résolution

1- les symétries

Les plans **(xoy)** et **(yoz)** sont des plans de symétrie pour la répartition de charges donc également pour le champ. Le champ résultant en **M**, inclus dans ces plans, est donc dirigé par l'axe **(Oy)**, d'où $\vec{E}(M) = E_y \vec{u}_y$

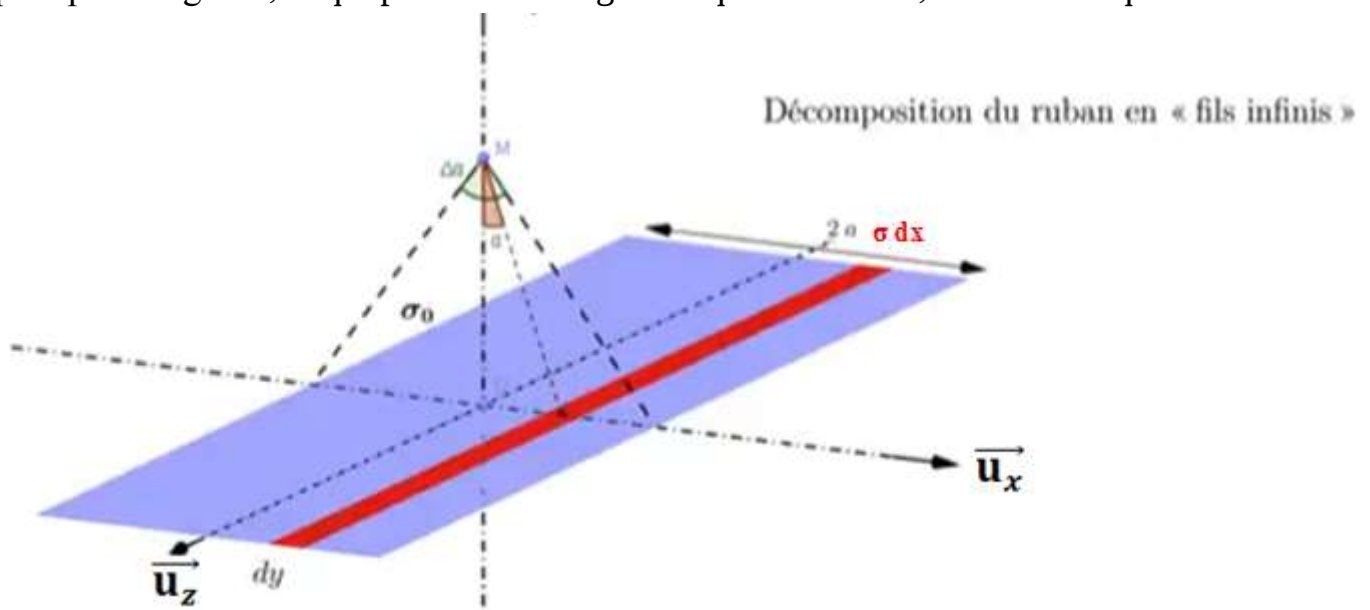
Le champ élémentaire :



Le champ élémentaire crée en M par une surface élémentaire dS situé au point P et portant la charge $\sigma_0 dS$ est :

$$d\vec{E}_p(M) = \frac{\sigma dS}{4\pi\epsilon_0 PM^2} \vec{u}_p(M)$$

Or on remarque que le ruban peut se décomposer en « fils infinis » de largeur dx , que l'on repère par l'angle α , et qui portent la charge linéique $d\lambda = \sigma dx$, comme indiqué sur le schéma.



De plus le champ crée par un fil infini, chargé, en un point de l'espace situé à la distance r de ce fil est donné, en repère cylindrique, par :

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \vec{u}_r$$

On obtient par projection sur l'axe (Oy) le champ élémentaire suivant, avec $\vec{u}_r \cdot \vec{u}_y = \cos \alpha$:

$$dE_y = \frac{\sigma \cos \alpha dx}{2\pi\epsilon_0 r}$$

Les relations trigonométriques donnent :

$$x = y \tan \alpha \Rightarrow dx = \frac{y}{\cos^2 \alpha} d\alpha$$

De plus : $r = \frac{y}{\cos \alpha}$

Le champ élémentaire s'écrit donc après simplifications : $E_z = \frac{\sigma d\alpha}{2\pi\epsilon_0}$

Le champ

On intègre l'expression donnant le champ élémentaire sur la largeur du ruban, c'est - à- dire sur l'angle $\Delta\alpha$ (l'angle total sous lequel on voit la largeur du ruban depuis le point **M**). On obtient :

$$E_y = \frac{\sigma \Delta\alpha}{2\pi\epsilon_0}$$

En remarquant que $\Delta\alpha = 2 \arctan\left(\frac{a}{y}\right)$, le champ résultant en **M** s'écrit :

$$\vec{E}(M) = \frac{\sigma}{\pi\epsilon_0} \arctan\left(\frac{a}{y}\right) \vec{u}_z$$

Remarque1 : il est important de bien comprendre le passage de la notion de surface élémentaire à la notion de « fil ». Lorsque l'on considère une bande de largeur **dy** et de longueur L du ruban, celle-ci porte une charge $dq = \sigma_0 dS = \sigma_0 \cdot dx \cdot L$.

Vu de loin (**r** >> **dy**), cette bande apparaît comme un « fil » de densité linéique de charge **dλ** telle que $dq = d\lambda L$. D'où par identification $d\lambda = \sigma_0 \cdot dx$.

On peut généraliser cette technique dans le cas d'un volume élémentaire qui, vu de loin, apparaît comme une « surface ». Ainsi, si une densité volumique de charge **ρ** est comprise entre deux plans infinis parallèles d'écartement **e** tout se passera, quand on se placera loin des plans (**r** >> **e**), comme si l'on voyait un seul plan infini de densité surfacique de charge $\sigma = \rho \cdot e$

Remarque 2 : L'invariance par translation selon (**Oz**) fait que le champ en **M** ne pouvait en aucun cas dépendre de **z**. le point **M** étant situé en **x = 0**, fixé, le champ en ce point ne pouvait pas dépendre de **x**.

2- Pour un plan infini on a : $a \rightarrow +\infty$, or $\lim_{a \rightarrow +\infty} \arctan\left(\frac{a}{y}\right) = \frac{\pi}{2}$, on trouve alors la formule :

$$\vec{E}(M) = \frac{\sigma_0}{2\epsilon_0} \vec{u}_y$$

Remarque : on peut être étonné par le fait que le champ ne dépende pas de **y**. En fait si on analyse soigneusement le problème, on s'aperçoit que le résultat ne peut dépendre que des deux grandeurs **σ** et **y**. D'une manière générale un champ électrostatique étant homogène à des $C \cdot m^{-2} \cdot \epsilon_0^{-1}$ ($E_{charge} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$), on peut voir que **σ** introduit l'unité $C \cdot m^{-2}$ et que, par suite, il n'y a pas la place pour **y** ! Ainsi, sans aucun calcul, on pouvait affirmer que le champ était uniforme et de forme $E = A \frac{\sigma}{\epsilon_0}$.