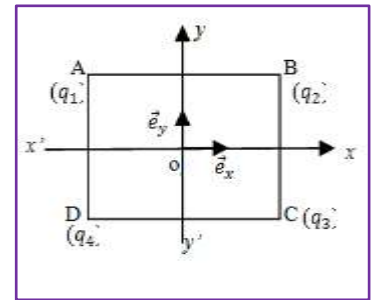


TRAVAUX DIRIGES
Série N° 2 - ELECTRICITE 1

Exercice 1

On place quatre charges ponctuelles aux sommets $ABCD$ d'un carré de côté $a = 1$ m, et de centre O , origine d'un repère orthonormé Oxy de vecteurs unitaires $\vec{e}_x$ et $\vec{e}_y$. On donne : $q_1 = q = 10^{-8}$ C, $q_2 = -2q$, $q_3 = 2q$, $q_4 = -q$.

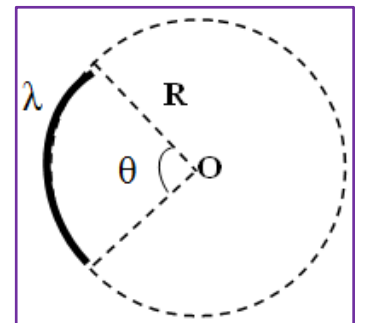
- 1- Déterminer le champ électrostatique $\vec{E}(O)$ créé par la distribution au centre O du carré. Préciser la direction, le sens et la norme de $\vec{E}(O)$.
- 2- Exprimer le potentiel électrostatique $V(O)$ créé en O par les quatre charges.



Exercice 2

Soit une quantité de charge Q répartie sur une portion d'une circonférence de centre O et de rayon $R = 5$ cm, de densité linéique $\lambda = 10^{-13}$ C/cm ($\lambda < 0$). La portion a une longueur $R\theta$ ($\theta = \pi/3$).

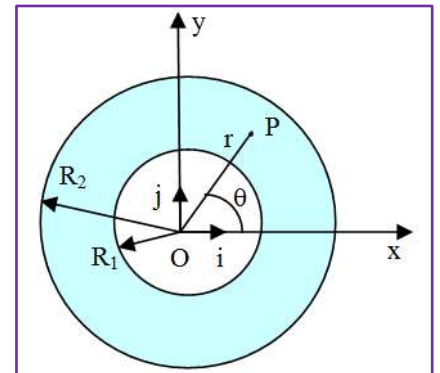
- 1- Donner l'expression du champ électrostatique élémentaire $d\vec{E}$ créé par la densité de charge élémentaire dQ au centre O . Donner d'abord dQ en fonction de λ , R et $d\theta$.
- 2- En déduire le champ $\vec{E}$ créé par la charge Q au point O .
- 3- Calculer le module de $\vec{E}$.



Exercice 3

Une surface plane, limitée par deux cercles de centre O (disque creux) et de rayons R_1 et R_2 ($R_1 < R_2$) porte une charge électrique Q uniformément répartie sur sa surface. Soit ds un élément de surface de la couronne, dont le centre P est repéré par ces coordonnées polaires r et θ (voir figure ci-contre)

- 1- Exprimer la densité de charges (du disque creux) σ en fonction de Q , R_1 et R_2 .
- 2- Donner l'expression du champ électrostatique élémentaire $d\vec{E}(M)$ créée par l'élément ds en un point M (d'ordonnée z) de l'axe $Z'OZ$ perpendiculaire au plan de la couronne.
- 3- Donner l'expression de ds dans le système de coordonnées polaires et exprimer le vecteur $\vec{PM}$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
- 4- Déduire l'expression du champ $\vec{E}(M)$ créé par le disque creux au point M . En déduire le champ $\vec{E}(O)$ au point O .
- 5- Déduire l'expression du champ $\vec{E}(M)$ créé par un plan infini uniformément chargé avec une densité de charges σ . Ce champ est-il défini sur le plan ?



Exercice 4

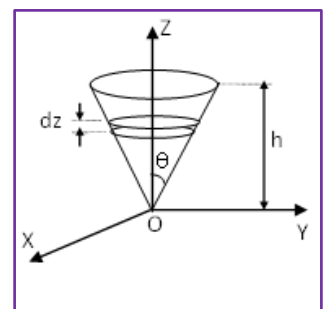
A- Soit un disque de centre O , d'axe OZ , de rayon R , placé dans le plan XOY . Ce disque est chargé uniformément avec une densité surfacique de charge $\sigma > 0$.

- 1- Déterminer le potentiel $V(M)$ créé par cette distribution de charges en un point M de l'axe du disque tel que $OM = z$.

- 2- Déterminer le champ électrostatique $\vec{E}(M)$ au point M de l'axe OZ .

B- Soit un cône d'axe OZ , de hauteur h , de demi-angle au sommet θ et dont le sommet coïncide avec l'origine du repère $OXYZ$ (figure ci-contre). Ce cône est chargé uniformément en volume avec la densité ρ .

- 1- Déterminer le champ électrostatique $d\vec{E}$ créé au point O par une tranche du cône d'épaisseur dz .



2- En déduire le champ $\vec{E}$ créé par l'ensemble de la distribution volumique au point O.

Exercice 5

On considère un fil infini, confondu avec l'axe OZ, chargé uniformément avec une densité de charges linéique λ ($\lambda > 0$).

1- Par des considérations de symétrie et d'invariance (qui seront clairement explicitées), déterminer la direction du champ électrostatique $\vec{E}$ et la variable dont il dépend.

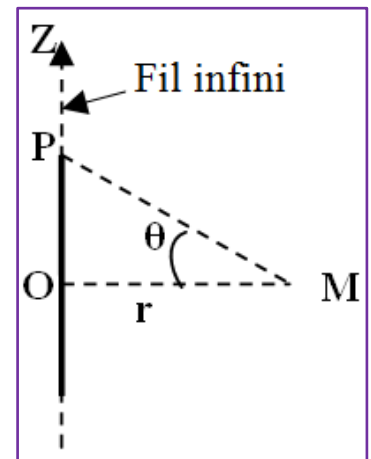
2- Soit un point P sur le fil, à l'altitude z, et un point M de l'espace, tel que $OM = r$ (voir figure ci-contre). Un petit élément $d\ell$ centré au point P contenant la charge élémentaire dq , créé au point M un champ électrostatique élémentaire $\vec{E}$. Déterminer le champ élémentaire $d\vec{E}$.

3- En déduire le champ électrostatique $\vec{E}$ total créé par le fil au point M.

4- Retrouver ce résultat par application du théorème de Gauss en justifiant le choix de la surface de Gauss.

5- En déduire le potentiel $V(M)$. On donne $V(r=1)=0$.

6- Sans faire de calcul, donner la forme des lignes de champ et celle des surfaces équipotentielles.



Exercice 6

Considérons deux cylindres C_1 et C_2 de même axe OZ, de rayons respectifs R_1 et R_2 ($R_1 < R_2$) et de hauteur infinie. Les deux cylindres sont chargés uniformément en surface avec les densités surfaciques de charges respectifs σ_1 et σ_2 .

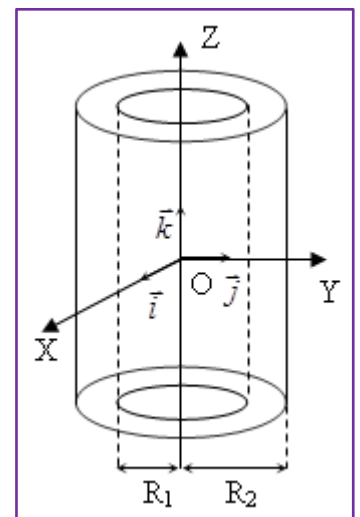
1- En utilisant la notion de symétrie de charges, déterminer la direction du champ $\vec{E}(M)$ créé par les deux cylindres en un point M de l'espace.

2- En utilisant la notion des invariances, montrer que le champ $\vec{E}(M)$ ne dépend que de la distance $r = \|\vec{OM}\|$?

3- Quelle est la surface de Gauss convenable à cette distribution de charges? Justifiez votre réponse.

4- En appliquant le théorème de Gauss, déterminer le champ $\vec{E}(M)$ créé par les deux cylindres en tout point M de l'espace.

5- En déduire le potentiel $V(M)$ en tout point M de l'espace. (On prendra comme origine des potentiels ($V(0) = 0$)).



Exercice 7

Considérons deux sphères S_1 et S_2 de même centre O et de rayons respectifs R_1 et R_2 ($R_1 < R_2$). La sphère interne S_1 est chargée uniformément en volume avec une densité volumique de charges ρ et la sphère externe S_2 est chargée uniformément en surface avec une densité surfacique de charge σ .

1- En utilisant la symétrie de charges, déterminer la direction du champ $\vec{E}(M)$ créé par les deux sphères en un point M de l'espace ?

2- En utilisant la notion d'invariance, déterminer les variables dont dépend le champ $\vec{E}(M)$.

3- Quelle est la surface de Gauss adaptée à cette distribution de charges ?

4- En appliquant le théorème de Gauss, déterminer le champ $\vec{E}(M)$ créé par les deux sphères en tout point $M(r)$ de l'espace.

5- Déterminer le potentiel $V(M)$ en tout point de l'espace. ($V(\infty)=0$).